

# MODUL

PEMBELAJARAN MATEMATIKA 1



Universitas  
**Kanjuruhan**  
Malang

## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>HALAMAN SAMPUL .....</b>	1
<b>DAFTAR ISI .....</b>	2
<b>PENDAHULUAN .....</b>	1
A. Latar Belakang .....	1
B. Tujuan .....	10
C. Petunjuk Penggunaan Modul .....	10
<b>1. Hakikat Matematika dan Pembelajaran Matematika di SD/MI .....</b>	1
A. Tujuan Pembelajaran .....	10
B. Uraian Materi .....	10
C. Ran	
C. Latihan Soal .....	10
<b>2. Pembelajaran Matematika di SD/MI .....</b>	1
A. Pengantar .....	14
B. Tujuan Pembelajaran .....	15
C. Materi Pembelajaran .....	17
D. Latihan Soal .....	32
<b>3. Pembelajaran Bilangan Bulat (Bagian 1) .....</b>	40
A. Pengantar .....	14
B. Tujuan Pembelajaran .....	15
C. Materi Pembelajaran .....	17
D. Latihan Soal .....	32
<b>4. Pembelajaran Bilangan Bulat (Bagian 2) .....</b>	40
A. Pengantar .....	14
B. Tujuan Pembelajaran .....	15
C. Materi Pembelajaran .....	17
D. Latihan Soal .....	32
<b>5. Pembelajaran Bilangan Rasional .....</b>	40
A. Pengantar .....	14
B. Tujuan Pembelajaran .....	15
C. Materi Pembelajaran .....	17
D. Latihan Soal .....	32

<b>3. Pembelajaran Bilangan Bulat (Bagian 1)</b> .....	<b>40</b>
A. Pengantar .....	14
B. Tujuan Pembelajaran .....	15
C. Materi Pembelajaran .....	17
D. Latihan Soal .....	32
 <b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....	 <b>40</b>

# PENDAHULUAN

## A. Latar Belakang

Mata kuliah Pembelajaran Matematika I dengan bobot 2 SKS merupakan mata kuliah yang akan membekali mahasiswa dengan pengetahuan dan keterampilan yang akan membantu mahasiswa dalam melaksanakan proses pembelajaran, khususnya mata kuliah pembelajaran matematika di SD. Setelah mempelajari mata kuliah Pembelajaran Matematika I, diharapkan mahasiswa dapat mengenal dan mengetahui kecenderungan dan ragam model pembelajaran matematika di masa kini, mampu menggunakannya dalam pembelajaran matematika di SD yang sesuai dengan materi yang sedang disampaikan, dan sesuai dengan kurikulum yang sedang berlaku. Selain itu diharapkan mahasiswa mampu mengembangkan diri sebagai guru matematika yang professional di SD.

Agar tujuan pembelajaran tercapai, pelajari modul Pembelajaran Matematika ini sebaik-baiknya dengan membaca dan mendiskusikannya dengan teman-teman Anda, kerjakan soal-soal pada latihan soal, bila telah selesai mengerjakan, bandingkanlah jawaban Anda dengan teman-teman atau diskusikanlah jawaban Anda dengan teman ataupun dosen Anda. Dengan membiasakan mempelajari setiap modul secara sistematis diharapkan mahasiswa tidak mengalami kesulitan yang berarti dalam menempuh mata kuliah Pembelajaran Matematika. Jika anda mengalami kesulitan dalam belajar ataupun memahami materi modul Pembelajaran Matematika, cobalah untuk berdiskusi dengan teman atau bertanya pada orang yang berkompeten di bidangnya.

## B. Tujuan

Tujuan mempelajari Modul Pembelajaran Matematika I ini adalah agar mahasiswa dapat:

1. Menjelaskan penerapan teori-teori belajar dalam pembelajaran Matematika di SD
2. Menjelaskan keterkaitan dan kesulitan dalam melaksanakan pembelajaran Matematika secara konstruktivistik pada siswa SD
3. Menggunakan media yang sesuai yang dapat digunakan dalam pembelajaran Matematika di SD
4. Menggunakan alat peraga balok garis bilangan, manik-manik dan garis bilangan dalam konsep operasi aljabar bilangan bulat
5. Menjelaskan konsep perkalian dan pembagian pada bilangan rasional dengan menggunakan alat peraga potongan karbon

6. Menggunakan konsep pecahan untuk menyelesaikan masalah dalam matematika atau masalah sehari-hari
7. Menentukan bentuk rasional dari pecahan desimal berulang atau desimal berakhir
8. Melakukan pembulatan terhadap suatu bilangan desimal menurut tempat desimal tertentu

### **C. Petunjuk Penggunaan Modul**

1. Bacalah uraian dan contoh dengan cermat sampai dengan Anda benar-benar paham dan menguasai materi
2. Kerjakan latihan yang tersedia secara mandiri. Jika dalam proses memahami Anda mengalami kesulitan maka lihatlah rambu-rambu jawaban latihan. Jika langkah tersebut belum juga berhasil, mintalah bantuan kepada teman, tutor atau orang yang lebih paham
3. Kerjakan tes formatif secara mandiri, dan periksalah tingkat kemampuan Anda dengan mencocokkan jawaban Anda dengan kunci jawaban yang telah disediakan. Ulangilah pengerjaan tes formatif tersebut sampai anda benar-benar paham dengan proses penyelesaiannya.

**SELAMAT BELAJAR**

## **Kegiatan Pembelajaran 1:**

### **Hakikat Matematika dan Pembelajaran Matematika di SD/MI**

#### **A. Tujuan Pembelajaran**

Tujuan umum dari pembelajaran ini adalah agar mahasiswa memahami hakikat matematika mengapa siswa SD/MI perlu belajar matematika. Setelah mengikuti pembelajaran pada Kegiatan Belajar 1, mahasiswa diharapkan dapat:

1. Memberikan alasan dimana kedudukan matematika dalam pengetahuan dan seberapa pentingnya mempelajari matematika.
2. Memberikan penjelasan kepada siswa seberapa pentingnya matematika untuk siswa dari sudut pandang keilmuan, dalam kehidupan sehari-hari, maupun dalam dunia pendidikan.
3. Mengaitkan matematika dengan pengetahuan lain.

#### **B. Uraian Materi**

##### **1. Hakikat Matematika**

Hakikat matematika artinya menguraikan apa sebenarnya matematika itu, baik ditinjau dari arti kata matematika, karakteristik matematika sebagai suatu ilmu, maupun peran dan kedudukan matematika di antara cabang ilmu pengetahuan serta manfaatnya. Substansi matematika sendiri telah dikembangkan oleh ilmuwan Islam sejak abad 8 – 12 M, dan telah memberikan kemudahan bagi umat manusia dalam masalah perhitungan. Contohnya adalah Omar Al Khayyam yang mahir dalam bidang astronomi dan matematika dan Ibnu Sina ahli bidang kedokteran dan pengobatan yang terpandang di zamannya, Ibnu Khaldun selain ahli dalam ilmu agama juga ahli filsafat dan peletak dasar metode penelitian ilmiah modern, dan masih banyak para ilmuwan lainnya.

Matematika sering dijadikan bulan-bulanan amarah berbagai pihak, dengan berbagai alasan yang sepertinya mengada-ada ataupun di'adaada'kan. Banyak orang berusaha membuat ringkasan dan bahkan banyak yang berusaha membuat semacam buku saku berisi rumus-rumus berikut petunjuk kapan dapat menggunakannya untuk memecahkan masalah matematika. Padahal mempelajari matematika bukanlah seperti memahami sekumpulan resep-resep untuk memecahkan masalah. Agar dapat membawa manfaat, matematika harus dikuasai seseorang sebagai suatu alat untuk berpikir, bernalar, dan berbahasa.

Jika ada pertanyaan ,”Apakah Matematika itu sebenarnya?”,dan bagaimana jawaban yang tepat untuk menjawab pertanyaan itu? Untuk menjawab pertanyaan “Apakah matematika itu ?” ternyata tidaklah mudah. Hal ini disebabkan karena sampai saat ini belum ada kepastian mengenai definisi matematika, pengetahuan dan pandangan masing-masing dari para ahli berbeda-beda. Richard Courant, seorang matematikawan ternama, tidak berani menyusun suatu definisi tentang matematika, apalagi ‘kita’ yang belum tergolong matematikawan kawakan seperti Courant.

Ada yang mengatakan bahwa matematika adalah ilmu tentang bilangan dan ruang, matematika merupakan bahasa simbol, matematika adalah bahasa numerik, matematika adalah ilmu yang abstrak dan deduktif, matematika adalah metode berpikir logis, matematika adalah ilmu yang mempelajari hubungan pola, bentuk dan struktur, matematika adalah ratunya ilmu dan juga menjadi pelayan ilmu yang lain. Tetapi penarikan kesimpulan dari masing-masing pendapat para ahli tersebut belum ada. Yang pasti, dapat dikatakan adalah bahwa matematika bukanlah sekedar aritmatika saja, yaitu ilmu tentang bilangan dan hitung-menghitung. Matematika juga bukan sekedar aljabar, yaitu bahasa lambang-lambang dan hubungan-hubungan. Matematika juga bukan sekedar geometri, yaitu kajian tentang bentuk, ukuran, dan ruang. Matematika juga lebih dari kalkulus, trigonometri, statistika, dan pengertian tak terhingga, limit, dan laju perubahan.

Pada dasarnya matematika adalah suatu cara berpikir, suatu cara menyusun kerangka dasar pembuktian menggunakan logika. Sebagai cara berpikir, matematika dapat digunakan menguji apakah suatu pemikiran itu benar atau sekurang-kurangnya benar dengan peluang yang besar. Sebagai suatu cara berpikir matematika digunakan dalam sains, industri, dan kegiatan pembangunan untuk menyelesaikan berbagai permasalahan.

## 2. Definisi Matematika

Kata matematika berasal dari bahasa Latin *mathematika*, awalnya diambil dari bahasa Yunani *mathematike* yang artinya mempelajari. *Mathematika* berasal dari kata *mathema* yang berarti pengetahuan atau ilmu (*knowledge, science*). Kata *mathematike* berhubungan pula dengan kata lainnya yang hampir sama, yaitu *mathein* atau *mathenein* yang artinya belajar (berpikir). Berdasarkan asal katanya, matematika berarti ilmu pengetahuan yang didapat dengan berpikir (bernalar). Matematika lebih menekankan kegiatan dalam dunia rasio (penalaran), bukan menekankan dari hasil eksperimen atau hasil observasi. Matematika terbentuk karena pikiran-pikiran manusia, yang berhubungan dengan ide, proses, dan penalaran (Russeffendi ET, 1980 :148).

Matematika adalah suatu pengetahuan yang telah ditata secara teratur menggunakan suatu kerangka tertentu (Nasution, Andi Hakim. 1992: 34). Untuk setiap pernyataan dalam matematika diturunkan melalui nalar deduksi dari pernyataan-pernyataan sebelumnya yang telah dibuktikan kebenarannya serta dari seperangkat anggapan yang dianggap berlaku. Contohnya dalam geometri, istilah titik, garis, dan bidang digunakan untuk meletakkan beberapa definisi dasar yang disebut sebagai aksioma atau postulat, sifat atau hukum, yang dari istilah-istilah ini dibuatlah istilah-istilah primitif dan saling keterhubungan terdapat di antara istilah-istilah primitif tersebut. Setelah itu dibentuklah istilah-istilah baru yang didefinisikan atas dasar istilah-istilah primitif tadi dan postulat-postulatnya. Barulah setelah



kita memahami pengorganisasian struktur matematika seperti ini, kita dapat memahami struktur matematika yang lain.

Ada beberapa ahli matematika yang mencoba menyusun pendapatnya tentang pendefinisian matematika. Pendapat para ahli tersebut di antaranya adalah sebagai berikut:

(1) Russefendi (1988 : 23) berpendapat bahwa Matematika terorganisasikan dari unsur-unsur yang tidak didefinisikan, definisi-definisi, aksioma-aksioma, dan dalil-dalil di mana dalil-dalil setelah dibuktikan kebenarannya berlaku secara umum, karena itulah matematika sering disebut ilmu deduktif, (2) James dan James (1976), mengatakan bahwa Matematika adalah ilmu tentang logika, mengenai bentuk, susunan, besaran, dan konsep-konsep yang berhubungan antara satu dengan lainnya. Matematika terbagi dalam tiga bagian besar yaitu aljabar, analisis dan geometri. Tetapi ada pendapat yang mengatakan bahwa matematika terbagi menjadi empat bagian yaitu aritmatika, aljabar, geometris dan analisis dengan aritmatika mencakup teori bilangan dan statistika, (3) Johnson dan Rising dalam Russefendi (1972), mengatakan bahwa Matematika adalah pola berpikir, pola mengorganisasikan, pembuktian yang logis, matematika itu adalah bahasa yang menggunakan istilah yang didefinisikan dengan cermat, jelas dan akurat representasinya dengan simbol dan padat, lebih berupa bahasa simbol mengenai ide daripada mengenai bunyi. Matematika adalah pengetahuan struktur yang terorganisasi, sifat-sifat dalam teori-teori dibuat secara deduktif berdasarkan kepada unsur yang tidak didefinisikan, aksioma, sifat atau teori yang telah dibuktikan kebenarannya adalah ilmu tentang keteraturan pola atau ide, dan matematika itu adalah suatu seni, keindahannya terdapat pada keterurutan dan keharmonisannya, (4) Reys - dkk (1984), mengatakan bahwa Matematika adalah telaahan tentang pola dan hubungan, suatu jalan atau pola berpikir, suatu seni, suatu bahasa dan suatu alat, (5) Kline (1973), mengatakan bahwa Matematika itu bukan pengetahuan menyendiri yang dapat sempurna karena dirinya

sendiri, tetapi adanya matematika itu terutama untuk membantu manusia dalam memahami dan menguasai permasalahan sosial, ekonomi, dan alam

### **3. Matematika adalah Ilmu Deduktif**

Anda masih ingat cerita tentang bagaimana Aristoteles sampai pada kesimpulannya bahwa benda yang lebih berat akan jatuh lebih cepat didasarkan pada pemikiran yang tidak pernah diganggu gugat. Berdasarkan polapikir ini dapat disimpulkan bahwa bola besi akan jatuh lebih cepat dari atas genteng daripada anak kucing yang jatuh terpeleset dari tempat yang sama.

Kebalikannya, ketika Galileo menganggap pola pikir Aristoteles itu sebagai suatu hal yang patut dipertanyakan. Untuk menguji apakah pola pikir itu dapat dipertahankan ia membuat suatu percobaan. Atas dasar fakta yang diperolehnya dari percobaan itu, maka ia menolak pola pikir Aristoteles itu sebagai suatu kebenaran. Polapikir yang digunakannya atas dasar hasil suatu percobaan itu dinamakan induksi. Baik deduksi maupun induksi digunakan orang untuk menemukan pengetahuan baru yang *shahih*.

Deduksi digunakan untuk mengembangkan pengetahuan dengan terlebih dahulu membuat pernyataan yang dianggap benar. Pernyataan yang dianggap benar ini disebut postulat atau aksioma. Hal ini seperti yang dilakukan oleh Euclides untuk menata pengetahuan ukur-mengukur yang ditemukan orang Mesir Purba menjadi suatu kumpulan pengetahuan yang saling berkaitan dan dinamakan Geometri Bidang Datar atau yang sekarang sering kita dengar sebagai Geometri Euclides.

Ketika Euclides menyusun postulat-postulatnya untuk merakit ilmu ukur bidang itu, postulat kelimanya yang berbunyi ‘melalui satu titik di luar garis lurus hanya dapat ditarik tepat satu garis lurus yang tidak pernah bertemu dengan garis pertama’. Lobachevsky (1793 – 1856 M) mempertanyakan apakah postulat itu bukannya hanya suatu teorema yang dapat dibuktikan atas dasar keempat postulat lainnya. Akan tetapi, ia tidak dapat menguji atas dasar

suatu percobaan apakah pola pikir itu benar atau salah. Yang dapat dilakukannya adalah membuat postulat tandingan yang menyatakan bahwa ‘melalui satu titik di luar satu garis lurus dapat ditarik lebih dari satu garis lurus yang tidak pernah bertemu dengan garis pertama’. Namun, betapa terkejutnya ia setelah menyadari bahwa dengan menganggap pernyataan itu sebagai postulat kelima ia telah menemukan suatu geometri baru yang dari segi logika tetap shahih. Dengan menemukan pengetahuan baru ini, pengetahuan lama tidak menjadi salah dan masih tetap shahih. Itulah ciri ilmu yang dikembangkan berdasarkan deduksi.

Sedangkan induksi digunakan untuk mengembangkan pengetahuan berdasarkan pengujian suatu pendapat atas dasar hasil yang diperoleh dari suatu percobaan. Seperti yang dilakukan Aristoteles yang mengembangkan pengetahuan gerak jatuh suatu benda dengan menggunakan postulat bahwa benda yang lebih berat akan jatuh lebih cepat. Andaikata tidak ada yang berani mempertanyakan hal itu dengan menguji pola pikir itu berdasarkan percobaan seperti yang dilakukan Galileo, maka kinematika yang menggunakan postulat Aristoteles itu akan berkembang terus menjadi suatu sistem pengetahuan.

Galileo menemukan pengetahuan baru karena mempertanyakan pola pikir Aristoteles, seorang ahli filsafat terhormat zaman Yunani kuno. Dalam pertanyaannya, ia mengkaji pola pikir dari pemikiran Aristoteles dengan pendekatan percobaan. Berdasarkan fakta bahwa hasil percobaannya tidak sesuai dengan pola pikir Aristoteles, maka akhirnya pola pikir Aristoteles itu gugur dengan sendirinya oleh keshahihan penemuan baru Galileo. Akan tetapi, jika dengan percobaannya itu ia tidak dapat menemukan fakta yang menyimpang dari pola pikir Aristoteles, tidaklah berarti bahwa ia telah membuktikan kebenaran pola pikir Aristoteles. Ia hanya tidak mampu menunjukkan ketidakshahihan pemikiran Aristoteles.

Matematika juga dikenal sebagai ilmu deduktif, karena proses mencari kebenaran (generalisasi) dalam matematika berbeda dengan proses mencari kebenaran dalam ilmu pengetahuan alam dan ilmu pengetahuan yang lain.

Metode pencarian kebenaran yang dipakai dalam matematika adalah metode deduktif, tidak dapat dengan cara induktif, sedangkan pada ilmu pengetahuan alam dan ilmu pengetahuan lainnya adalah menggunakan metode induktif dan eksperimen. Walaupun dalam matematika mencari kebenaran itu dapat dimulai dengan cara induktif, tetapi seterusnya generalisasi yang benar untuk semua keadaan harus dapat dibuktikan dengan cara deduktif. Dalam matematika suatu generalisasi dari sifat, teori atau dalil itu dapat diterima kebenarannya sesudah dibuktikan secara deduktif.

Dalam ilmu fisika ketika seseorang melakukan percobaan (eksperimen) terhadap sebatang logam yang dipanaskan maka akan memuai. Hal ini ternyata berlaku pula jika logam-logam yang lainnya dipanaskan, ternyata juga memuai. Kesimpulan (generalisasi) dari percobaan tersebut bahwa setiap logam yang dipanaskan akan memuai. Generalisasi tersebut dibuat secara induktif, yaitu kesimpulan dibuat berdasarkan dari hal-hal yang khusus, tetapi pada matematika contoh-contoh seperti itu baru dianggap sebagai generalisasi jika kebenarannya dapat dibuktikan secara deduktif.

Berikut ini beberapa contoh pembuktian dalil atau generalisasi pada matematika. Dalil atau generalisasi berikut dibenarkan dalam matematika karena sudah dapat dibuktikan secara deduktif.

#### Contoh 1

Bilangan ganjil ditambah dengan bilangan ganjil hasilnya adalah bilangan genap.

Misalnya:

Ambil beberapa bilangan ganjil, baik ganjil positif, atau ganjil negatif yaitu 1, 3, -5, 7.

+	1	3	-5	7
1	2	4	-4	8

3	4	6	-2	10
-5	-4	-2	-10	4
7	8	10	2	14

Dari tabel di atas, terlihat bahwa untuk setiap dua bilangan ganjil jika dijumlahkan hasilnya selalu genap. Dalam matematika hasil di atas belum dianggap sebagai suatu generalisasi, walaupun kita membuat contoh-contoh dengan bilangan yang lebih banyak lagi. Pembuktian dengan cara induktif ini harus dibuktikan lagi dengan cara deduktif. Pembuktian secara deduktif sebagai berikut :

Misalkan :

Ambil  $a$  dan  $b$  sebarang bilangan bulat, maka  $2a$  bilangan genap dan  $2b$  bilangan genap genap, maka  $2a + 1$  bilangan ganjil dan  $2b + 1$  bilangan ganjil. Jika dijumlahkan :  $(2a + 1) + (2b + 1) = 2a + 2b + 2 = 2(a + b + 1)$ . Karena  $a$  dan  $b$  bilangan bulat maka  $(a + b + 1)$  juga bilangan bulat, sehingga  $2(a + b + 1)$  adalah bilangan genap. Jadi bilangan ganjil + bilangan ganjil = bilangan genap (generalisasi).

Dalil-dalil dan rumus matematika itu ditentukan secara induktif (eksperimen), tetapi begitu suatu dalil ditemukan maka generalisasi itu harus dibuktikan kebenarannya secara deduktif. Pada pembelajaran matematika di SD/MI pembuktian dengan cara deduktif masih sulit dilaksanakan. Karena itu siswa SD/MI hanya melakukan eksperimen (metode induktif). Percobaan-percobaan inipun masih menggunakan benda-benda konkrit (nyata). Untuk pembuktian deduktif masih sulit dilaksanakan karena pembuktian deduktif lebih abstrak dan menuntut siswa mempunyai pengetahuan-pengetahuan sebelumnya. Contoh: Pada pembuktian bilangan ganjil ditambah ganjil sama dengan bilangan genap siswa harus sudah mengerti bilangan ganjil, genap, bulat dan dapat menyelesaikan dalam bentuk umum bilangan-bilangan

tersebut.

#### 4. Matematika adalah Ilmu yang Terukur

Matematika berkembang sebagai akibat pengkajian hubungan-hubungan yang terdapat antara berbagai butir pengetahuan yang tercakup dalam matematika itu sendiri. Misalnya, berbagai teorema yang sudah dibuktikan kebenarannya dapat dikembangkan teorema-teorema baru, bahkan cabang-cabang matematika baru. Oleh karena itu matematika disebut sebagai ilmu yang terstruktur dan terorganisasikan. Matematika dimulai dari unsur yang tidak didefinisikan, kemudian unsur yang didefinisikan ke aksioma/postulat dan akhirnya pada teorema. Konsep-konsep matematika tersusun secara *hierarkis*, terstruktur, logis, dan sistimatis mulai dari konsep yang paling sederhana sampai pada konsep yang paling kompleks. Oleh karena itu untuk mempelajari matematika, konsep sebelumnya yang menjadi prasyarat, harus benar-benar dikuasai agar dapat memahami topik atau konsep selanjutnya.

Oleh karena itu, dalam pembelajaran matematika guru seharusnya menyiapkan kondisi siswanya terlebih dahulu agar mampu menguasai konsep-konsep yang akan dipelajari mulai dari yang sederhana sampai yang lebih kompleks. Contohnya, seorang siswa yang akan mempelajari suatu volume kerucut, maka sebelumnya minimal harus sudah pernah belajar tentang bangun ruang, lingkaran, luas lingkaran, dan akhirnya volume kerucut. Untuk dapat mempelajari topik volume balok, maka siswa minimal sudah pernah belajar tentang rusuk / garis, titik sudut, sudut, bidang datar persegi dan persegi panjang, luas persegi dan persegi panjang, dan akhirnya volume balok. Struktur matematika adalah sebagai berikut :

a. Unsur-unsur yang tidak didefinisikan (*unidentified form*)

Misal : titik, garis, lengkungan, bidang, bilangan dll. Unsur-unsur ini ada, tetapi kita tidak dapat mendefinisikannya.

b. Unsur-unsur yang didefinisikan

Dari unsur-unsur yang tidak didefinisikan maka terbentuk unsur-unsur yang didefinisikan. Misal : sudut, persegi panjang, segitiga, balok, lengkungan tertutup sederhana, bilangan ganjil, pecahan desimal, FPB dan KPK dll.

c. Aksioma dan postulat

Dari unsur-unsur yang tidak didefinisikan dan unsur-unsur yang didefinisikan dapat dibuat asumsi-asumsi yang dikenal dengan aksioma atau postulat. Misal :

- Melalui 2 titik sembarang hanya dapat dibuat sebuah garis.
- Semua sudut siku-siku satu dengan lainnya sama besar.
- Melalui sebuah titik hanya dapat dibuat sebuah garis yang tegak lurus ke sebuah garis yang lain.
- Sebuah segitiga tumpul hanya mempunyai sebuah sudut yang lebih besar dari  $90^0$ .

Aksioma tidak perlu dibuktikan kebenarannya tetapi dapat diterima kebenarannya berdasarkan pemikiran yang logis.

d. Dalil atau Teorema

Dari unsur-unsur yang tidak didefinisikan dan aksioma maka disusun teorema-teorema atau dalil-dalil yang kebenarannya harus dibuktikan dengan cara deduktif. Misal :

- Jumlah 2 bilangan ganjil adalah genap.
- Jumlah ketiga sudut pada sebuah segitiga sama dengan 180 derajat.
- Jumlah kuadrat sisi siku-siku pada sebuah segitiga siku-siku sama dengan kuadrat sisi miringnya.

## **5. Matematika adalah Ilmu tentang Pola dan Hubungan**

Berbagai cabang ilmu pasti berasal dari satu sumber, yaitu rasa keingintahuan manusia. Akan tetapi, sifat manusia yang suka mengkotakkotakkan secara ketat, sering mengakibatkan pengetahuan yang berkembang dalam satu cabang ilmu menjadi terisolasi dari kumpulan pengetahuan lainnya. Semua cabang ilmu yang telah berkembang menjadi ‘pohon ilmu’ itu

terdapat jalinan hubungan yang sangat erat. Jalinan hubungan itu disebabkan oleh metode berpikir yang sama yang dipakai untuk mengembangkannya, yaitu penggunaan nalar deduksi dan induksi.

Berbagai bidang ilmu baru bermunculan akibat munculnya permasalahan yang harus didekati dari dua atau lebih bidang ilmu dasar yang merupakan pertanda pembagian ilmu menjadi berbagai bidang itu hanya dilakukan manusia dalam upayanya untuk menyederhanakan permasalahan. Padahal, kenyataannya semua pengetahuan di *mayapada* itu tidak berdiri sendiri saling lepas, tetapi saling kait-mengait. Suatu permasalahan mulamula diterangkan menggunakan sosiologi ternyata dapat diterangkan dari segi psikologi. Peristiwa psikologi sendiri ternyata dapat diterangkan menggunakan biologi yang sebenarnya adalah ungkapan kerja peristiwa kimia. Kita akan sangat paham bahwa peristiwa kimia itu dapat dijelaskan oleh fisika, begitulah seterusnya.

Hal ini pulalah yang mengakibatkan bahwa metode ilmiah untuk menemukan penjelasan tentang suatu masalah, apakah masalah itu termasuk biologi, fisika, atau sosiologi, polanya akan sama saja. Selain sains itu bersifat semesta, metode menemukannyapun memiliki pola yang sama. Jika berbicara tentang pola, maka Matematika disebut sebagai ilmu tentang pola karena pada matematika sering dicari keseragaman seperti keterurutan, keterkaitan pola dari sekumpulan konsep-konsep tertentu atau model yang merupakan representasinya untuk membuat generalisasinya.

Matematika disebut ilmu tentang hubungan karena konsep matematika satu dengan lainnya saling berhubungan. Misalnya: antara persegi panjang dengan balok, antara persegi dengan kubus, antara kerucut dengan lingkaran, antara  $5 \times 6 = 30$  dengan  $30 : 5 = 6$ . Antara  $10^2 = 100$  dengan  $\sqrt{100} = 10$ . Demikian juga cabang matematika satu dengan lainnya saling berhubungan seperti aritmatika, aljabar, geometri dan statistika, dan analisis.



## **6. Matematika sebagai Ratu dan Pelayan Ilmu**

Di depan telah dijelaskan bahwa di satu pihak, matematika berkembang sebagai akibat dari pengkajian hubungan-hubungan yang terdapat antara berbagai butir pengetahuan yang teracakup di dalam matematika itu sendiri. Tetapi di pihak lain, matematika juga dapat digunakan sebagai sarana pengembang ilmu-ilmu yang lain. Jika berbicara tentang astronomi, maka berbagai sifat peredaran benda langit dapat diungkapkan dengan lebih mudah dan ringkas jika menggunakan perumusan matematika. Oleh karena itu juga matematika adalah suatu alat bantu untuk mengembangkan ilmu-ilmu lainnya sehingga E.T. Bell menamakan matematika sebagai Ratu dan Pelayan Ilmu.

## **7. Kegunaan Matematika**

Banyak ilmu-ilmu yang penemuan dan pengembangannya bergantung dari matematika. Contoh : (1) Penemuan dan pengembangan Teori Mendel dalam Biologi melalui konsep Probabilitas, (2) Perhitungan dengan bilangan imajiner digunakan untuk memecahkan masalah tentang kelistrikan, (3) Dengan matematika, Einstein membuat rumus yang dapat digunakan untuk menaksir jumlah energi yang dapat diperoleh dari ledakan atom, (4) Dalam ilmu pendidikan dan psikologi, khususnya dalam teori belajar, selain digunakan statistik juga digunakan persamaan matematis untuk menyajikan teori atau model dari penelitian, (5) Dalam ilmu kependudukan, matematika digunakan untuk memprediksi jumlah penduduk dll, (6) Dalam seni grafis, konsep transformasi geometrik digunakan untuk melukis mosaik, (7) Dalam seni musik, barisan bilangan digunakan untuk merancang alat musik.

Banyak teori-teori dari Fisika dan Kimia (modern) yang ditemukan dan dikembangkan melalui konsep Kalkulus. Teori Ekonomi mengenai Permintaan dan Penawaran dikembangkan melalui konsep Fungsi Kalkulus tentang Diferensial dan Integral.

Matematika digunakan manusia untuk memecahkan masalahnya dalam kehidupan sehari-hari. Contohnya dapat dilihat berikut ini: (1) Memecahkan persoalan dunia nyata, (2)

Mengadakan transaksi jual beli, maka manusia memerlukan proses perhitungan, (3) matematika yang berkaitan dengan bilangan dan operasi hitungnya, (4) Menghitung luas daerah, (5) Menghitung jarak yang ditempuh dari suatu tempat ke tempat yang lain, (6) Menghitung laju kecepatan kendaraan membentuk pola pikir menjadi pola pikir matematis, orang yang mempelajarinya, (7) kritis, sistimatis dan logis, (8) Menggunakan perhitungan matematika baik dalam pertanian, perikanan, perdagangan, dan perindustrian.

### **C. Rangkuman**

1. Matematika perlu dipelajari oleh siswa SD/MI karena matematika merupakan bagian yang tak terpisahkan dari pendidikan secara umum, matematika sudah lekat dengan mereka baik dalam kehidupan sehari-hari.
2. Matematika sebagai ratunya ilmu digunakan dalam kehidupan sehari-hari dalam segala bidang, misalnya dalam perekonomian (perdagangan), pembangunan infrastruktur (dimensi dua, dimensi tiga, pengukuran, sudut), dll.
3. Matematika merupakan bahasa simbol dan alat yang digunakan dalam pemecahan masalah baik masalah dalam matematika maupun dalam kehidupan sehari-hari.

### **D. Latihan Soal**

**Petunjuk Pengerjaan: Pilihlah satu jawaban yang Anda anggap paling benar dari alternatif pilihan jawaban yang disediakan.**

1. Jika matematika disebut sebagai ‘pelayan ilmu’, maka matematika diasumsikan dapat menyelesaikan masalah-masalah yang kompleks sekalipun, hal ini memiliki makna bahwa:  
  
A. Semua permasalahan yang muncul merupakan permasalahan matematika.

- B. Siswa hanya perlu belajar matematika saja karena sudah dapat menyelesaikan permasalahan baik yang sederhana maupun yang kompleks sekalipun.
  - C. Pembelajaran difokuskan pada bagaimana menyelesaikan permasalahan yang kompleks saja.
  - D. Semua permasalahan baik matematika maupun masalah lainnya dapat diselesaikan dengan matematika.
2. Rata-rata konsep dalam matematika seperti: bilangan, ruang, bidang, pola bilangan, tabel, grafik, dan lain-lain merupakan bagian dari pengetahuan matematika. Apakah semua konsep tersebut wajib diberikan kepada siswa?
- A. Semua wajib dipelajari oleh siswa.
  - B. Semua konsep tersebut dianjurkan untuk dipelajari siswa karena akan bermanfaat dalam kehidupan sehari-hari mereka.
  - C. Semua konsep tersebut wajib dipelajari oleh siswa tetapi disesuaikan dengan takaran dan kurikulum yang berlaku.
  - D. Hanya konsep yang disenangi siswa saja yang wajib dipelajari.
3. Untuk meningkatkan kualitas pembelajaran matematika di sekolah, maka kita (pendidik) perlu:
- A. Meningkatkan kompetensi diri dalam memahami konsep matematika secara baik dan benar.
  - B. Menggali lagi tentang sejarah konsep matematika sebelum diajarkan kepada siswa.
  - C. Memanfaatkan konsep matematika dalam melaksanakan pembelajaran di kelas.
  - D. Mengacuhkan matematika karena sekalipun tanpa matematika siswa dapat hidup tanpanya.
4. Aspek-aspek Matematika nampak dalam pernyataan di bawah ini, yaitu:
- A. Kecepatan maksimum yang dapat dicapai sebuah kapal selam yang sedang melaju di bawah laut.

- B. Warna kapal selam harus dibuat mencolok agar jika terjadi kecelakaan dapat langsung terdeteksi oleh radar.
  - C. Desain kapal selam dibuat seperti torpedo agar memudahkan gerak dan aktivitas dalam laut.
  - D. Kapal selam dibuat agak besar agar dapat dijadikan sebagai kapal selam komersial.
5. Matematika merupakan bagian yang tidak dapat dipisahkan dari pendidikan secara umum, hal ini memiliki implikasi bahwa:
- A. Matematika adalah pelajaran yang sulit sehingga tidak perlu dipelajari oleh siswa.
  - B. Matematika harus dipelajari oleh siswa karena merupakan dasar bagi pengetahuan lainnya.
  - C. Matematika adalah bukan pelajaran favorit bagi siswa.
  - D. Matematika dianjurkan sebagai pelajaran pilihan saja, karena tidak semua siswa berbakat di bidang matematika.

**Kunci Jawaban Test Formatif 1: DCACB**

## **Kegiatan Belajar 2**

### **Pembelajaran Matematika di SD/MI**

#### **A. Tujuan Pembelajaran**

Tujuan pembelajaran pada kegiatan belajar 1 ini adalah , agar setelah mempelajari modul ini mahasiswa dapat:

- a. Mengetahui posisi siswa (anak) sebagai suatu individu yang unik dan individual.
- b. Mengetahui karakteristik anakusia SD/MI dalam pembelajaran matematika.
- c. Mengetahui bagaimana cara meningkatkan minat belajar matematika pada anak.
- d. Dapat menguraikan teori-teori belajar matematika dalam pembelajaran Matematika di SD/MI.

#### **B. Uraian Materi**

##### **1. Anak Sebagai Suatu Individu**

Sangat diyakini bahwa pada saat ini masih saja ada guru yang memberikan konsep-konsep matematika sesuai jalan pikirannya, tanpa memperhatikan bahwa jalan pikiran siswa berbeda dengan jalan pikiran orang dewasa dalam memahami konsep-konsep matematika yang abstrak. Itu yang disebut sebagai guru tanpa menghayati perannya sebagai seorang guru. Artinya seorang guru yang hanya mengajarkan matematika sebagaimana seorang memberikan sekumpulan resep-resep untuk memecahkan permasalahan. Sesuatu yang dianggap mudah menurut logika orang dewasa dapat dianggap sulit dimengerti oleh seorang siswa. Siswa tidak berpikir dan bertindak sama seperti orang dewasa.

Selain masalah di atas, pembelajaran matematika seperti yang dialami di kelas-kelas di negeri ini masih menitikberatkan pada pembelajaran langsung yang umumnya

didominasi oleh guru, siswa secara pasif menerima dan menelaah bulat-bulat apa yang diberikan guru sehingga proses pembelajaran berlangsung satu arah saja.

Oleh karena itu dalam pembelajaran matematika di SD/MI, konsep matematika yang abstrak yang dianggap mudah dan sederhana menurut kita yang cara berpikirnya sudah formal, dapat menjadi hal yang sulit dimengerti oleh siswa. Selain itu setiap siswa merupakan individu yang unik dan berbeda. Perbedaan pada tiap individu dapat dilihat dari minat, bakat, kemampuan kepribadian, pengalaman lingkungan, dll. Karena itu seorang guru dalam proses pembelajaran matematika hendaknya memperhatikan perbedaan-perbedaan karakteristik anak didik tersebut.

Ditambah lagi, matematika bukan lagi pelajaran yang harus dipelajari secara tertutup oleh seorang siswa, sehingga murid menjadi terisolasi dari masyarakat belajar dalam kelas itu. Matematika perlu dipelajari seorang individu yang pengetahuan dan keterampilan matematika ini dikontrol dan juga diketahui oleh siswa lainnya. Sehingga meskipun masing-masing individu siswa seorang guru harus tahu, hal itu tidak membuka peluang untuk memadukan semua individu yang berbeda tersebut ke dalam suatu masyarakat belajar sehingga teori social constructivism mengayomi pembelajaran matematika dalam suatu kelas.

## **2. Anak Usia SD/MI dalam Pembelajaran Matematika di SD/MI**

Anak usia SD/MI adalah anak yang berada pada usia sekitar 7 sampai 12 tahun. Menurut Piaget anak usia sekitar ini masih berpikir pada tahap operasi konkrit artinya siswa SD/MI belum berpikir formal. Ciri-ciri anak-anak pada tahap ini dapat memahami operasi logis dengan bantuan benda-benda konkrit, belum dapat berpikir deduktif, berpikir secara transitif. Contoh :  $2 + 2 = 4$ ,  $4 + 2 = 6$ ,  $6 + 2 = 8$ ,  $10 + 2 = 12$ . Proses ini sudah dapat dipahami oleh siswa. Sebagaimana kita ketahui, matematika adalah ilmu deduktif, formal, hierarki dan menggunakan bahasa simbol yang memiliki

arti yang padat. Karena adanya perbedaan karakteristik antara matematika dan anak usia SD/MI, maka matematika akan sulit dipahami oleh anak SD/MI jika diajarkan tanpa memperhatikan tahap berpikir anak SD/MI. Seorang guru hendaknya mempunyai kemampuan untuk menghubungkan antara dunia anak yang belum dapat berpikir secara deduktif agar dapat mengerti matematika yang bersifat deduktif.

Matematika yang merupakan ilmu dengan objek abstrak dan dengan pengembangan melalui penalaran deduktif telah mampu mengembangkan model-model yang merupakan contoh dari sistem itu yang pada akhirnya telah digunakan untuk memecahkan persoalan dalam kehidupan sehari-hari. Matematika juga dapat mengubah pola pikir seseorang menjadi pola pikir yang matematis, sistematis, logis, kritis dan cermat. Tetapi sistem matematika ini tidak sejalan dengan tahap perkembangan mental anak, sehingga yang dianggap logis dan jelas oleh orang dewasa pada matematika, masih merupakan hal yang tidak masuk akal dan menyulitkan bagi anak. Faktor-faktor lain yang harus diperhatikan dalam proses pembelajaran matematika, selain bahwa tahap perkembangan berpikir siswa SD belum formal atau masih konkrit adalah adanya keanekaragaman intelegensi siswa SD serta jumlah siswa SD yang cukup banyak dibandingkan guru yang mengajar matematika.

Matematika yang dipelajari oleh siswa SD dapat digunakan oleh siswa SD untuk kepentingan hidupnya sehari-hari dalam kepentingan lingkungannya, untuk membentuk pola pikir yang logis, sistematis, kritis dan cermat dan akhirnya dapat digunakan untuk mempelajari ilmu-ilmu yang lain.

### **3. Meningkatkan Minat Belajar Matematika pada Anak**

Minat belajar matematika merupakan salah satu faktor penunjang keberhasilan proses pembelajaran matematika. Minat yang timbul dari kebutuhan siswa merupakan faktor penting bagi siswa dalam melaksanakan kegiatan-kegiatannya. Oleh karena itu

minat belajar matematika siswa harus diperhatikan dengan cermat. Dengan adanya minat belajar matematika pada siswa dapat memudahkan membimbing dan mengarahkan siswa untuk belajar matematika. Dengan demikian siswa tidak perlu lagi mendapat dorongan dari luar jika belajar yang dilakukannya cukup menarik minatnya. Apabila siswa menunjukkan minat belajar matematika yang rendah maka tugas guru dan orang tua untuk meningkatkan minat tersebut. Jika guru mengabaikan minat belajar matematika siswa maka akan mengakibatkan ketidakberhasilan dalam proses pembelajaran matematika.

Guru sebagai tenaga pengajar di kelas hendaknya berusaha dengan optimal membangkitkan minat belajar matematika siswa dengan berbagai cara, misalnya dengan memperkenalkan kepada siswa berbagai kegiatan belajar, seperti bermain sambil belajar matematika, menggunakan alat peraga yang menarik atau memanipulasi alat peraga, menggunakan bermacam-macam metode pembelajaran pada saat mengajar matematika, mengaitkan pembelajaran matematika dengan dunia nyata. Tidak lupa untuk selalu menyesuaikan strategi dan media pembelajaran dengan materi yang akan disampaikan.

Siswa yang berprestasi dalam matematika, pasti motivasi belajar matematikanya bagus. Motivasi akan muncul jika siswa tertarik pada matematika, dengan kata lain siswa tersebut memiliki perhatian untuk belajar matematika. Seorang siswa dapat memunculkan sendiri motivasi untuk belajar matematika. Apa pula siswa yang perlu adanya rangsangan atau pengaruh luar agar muncul motivasi untuk belajar matematika. Pengaruh dari luar bisa dimunculkan oleh guru matematika, misalnya: (1) menyesuaikan bahan ajar dengan dunia nyata, dalam hal ini adalah dunianya siswa, (2) pembelajaran diberikan dari yang mudah ke yang sukar, atau dari tahap konkret menuju tahap abstrak, dan tidak sebaliknya, (3) menggunakan alat peraga, baik membawa alat peraga tersebut ke dalam kelas atau membawa siswa ke suatu tempat, bisa laboratorium ataupun tempat lain yang menunjang



bahan ajar yang akan disampaikan. Alat peraga bisa juga dibawa dalam bentuk tiruan, misal membawa model, gambar, foto, dan lain-lain, (4) Pembelajaran hendaknya membangkitkan aktivitas anak. Misalnya, siswa dilatih untuk mandiri dan aktif dalam pembelajaran, misalnya: (a) siswa dilatih agar terbiasa membuat kesimpulan, keterangan, memberikan pendapat, memberikan tugas-tugas untuk memecahkan masalah, menganalisis, mengambil keputusan dan sebagainya, (b) mengajukan pertanyaan-pertanyaan dan membimbing ke arah terjadinya diskusi, (5) pembelajaran harus kontras, maksudnya hal-hal yang dapat menimbulkan kekontrasan diharapkan menarik perhatian siswa, sehingga memunculkan rasa ingin tahu siswa, contohnya : segitiga kontras dengan bangun datar yang lain seperti persegi panjang, jajar genjang, layang-layang, dsb.

Belajar adalah kegiatan yang dilakukan oleh siswa secara aktif dan sadar. Hal ini berarti bahwa aktivitas berpusat pada siswa sedangkan guru lebih banyak berfungsi sebagai fasilitator (pembimbing) terjadinya proses belajar. Oleh karena itu untuk mengaktifkan siswa dalam belajar maka seorang guru matematika dapat membimbing siswa.

#### **4. Menguraikan Teori-teori Belajar Matematika Kaitannya dalam Pembelajaran**

##### **Matematika di SD/MI**

Reformasi untuk memperbaiki pembelajaran matematika di madrasah selalu terjadi dan mengalir dari waktu ke waktu. Isi, metode pembelajaran, urutan pembelajaran, dan cara evaluasi pembelajaran dimodifikasi, direformasi, dan direstrukturisasi.

Terdapat tiga faktor utama yang mendasari adanya gerakan perubahan, yaitu keberadaan dan perkembangan teori-teori belajar, psikologi belajar, dan filsafat pendidikan. Ketiganya memberi warna dan

arah perubahan terutama dalam memandang dan melaksanakan pembelajaran, dan memposisikan guru dan siswa. Teori Thorndike bersifat behavioristik (mekanistik) telah memberi warna yang kuat akan perlunya latihan dan mengerjakan soal-soal matematika. Siswa diharapkan terampil dan cekatan dalam mengerjakan soal-soal matematika yang beragam.

Penerapan teori Thorndike dalam pembelajaran matematika ditengarai banyak terjadi penyimpangan karena akhirnya target pencapaian materi menjadi sasaran utama, siswa terpaku pada keterampilan dan kurang dalam kemampuan menjelaskan dan penguasaan konsep matematika. Siswa akan kesulitan menyelesaikan soal jika faktanya diubah, dikurangi, atau ditambah. Akibat yang terjadi pada guru, mereka lebih berorientasi pada hasil dan kurang memperhatikan proses. Materi dan keterampilan baru terus ditambahkan, tetapi konsep matematika kurang dikaitkan dan kurang diintegrasikan.

Teori pembelajaran bermakna (*meaningful instruction*) dari Ausubel, memberi warna perlu atau pentingnya materi pelajaran yang bermakna dalam proses belajar karena kebermaknaan akan menyebabkan siswa menjadi terkesan, sehingga pelajaran akan memiliki masa ingatan (*retention span*) yang lebih lama dibandingkan dengan belajar yang sifatnya hafalan.

Pelaku pendidikan perlu menyadari bahwa pembelajaran dengan latihan dan pengerjaan (*drill and practice instruction*) dan pembelajaran bermakna (*meaningfull instruction*) tidak bertentangan tetapi saling mendukung. Pembelajaran bermakna diberikan untuk mengawali

kegiatan belajar, dan drill and practice diberikan kemudian. Pembelajaran bermakna akan membuat materi pelajaran menjadi menarik, bermanfaat dan menantang, serta drill and practice akan membuat siswa terbiasa terhadap penerapan konsep sehingga konsep-konsep itu akan dipahami dan tertanam dengan baik dalam pikiran siswa.

Bruner (1982) menyatakan tentang pentingnya tekanan pada kemampuan siswa dalam berpikir intuitif dan analitik akan mencerdaskan siswa membuat prediksi dan terampil dalam menemukan pola dan hubungan/keterkaitan. Pembaruan dalam proses belajar, dari proses drill and practice ke proses bermakna, dan dilanjutkan ke proses berpikir intuitif dan analitik, merupakan usaha luar biasa untuk selalu meningkatkan mutu pembelajaran matematika. Reaksi positif pada suatu perubahan akan mempunyai dampak terhadap perkembangan kurikulum matematika sekolah yang selalu dinamis.

Seiring berkembangnya strategi pembelajaran dari yang berpusat pada guru (teacher centered) menjadi berpusat pada siswa (student centered), maka berkembang pula cara pandang terhadap bagaimana siswa belajar dan mendapatkan pengetahuannya. Fakta bahwa siswa adalah makhluk hidup yang mempunyai kemampuan berpikir, tentu siswa juga mempunyai kemampuan untuk menyesuaikan diri dengan lingkungan belajar. Siswa, baik secara individual maupun kelompok, dapat membagnunsendiri pengetahuannya dari berbagai sumber belajar, tidak hanya yang berasal dari guru. Aliran ini disebut sebagai aliran konstruktivisme.

Dampak berkembangnya aliran konstruktivisme adalah munculnya kesadaran tentang pentingnya kekuatan atau tenaga matematika (*mathematical power*) menjelang tahun sembilan puluhan. Kekuatan matematikal antara lain tersiri dari kemampuan untuk: (1) mengkaji, menduga, dan memberi alasan secara logis, (2) menyelesaikan soal-soal yang tidak rutin, (3) mengkomunikasikan tentang dan melalui matematika, (4) mengkaitkan ide dalam matematika dan ide antara matematika dan kegiatan intelektual lainnya, dan (5) mengembangkan percaya diri, watak, dan karakter untuk mencari, mengevaluasi, dan menggunakan informasi kuantitatif dan special dalam menyelesaikan masalah dan mambuat keputusan.

Untuk mendukung usaha pembelajaran yang mampu

menumbuhkan kekuatan matematikal, diperlukan seorang guru yang profesional dan kompeten. Guru yang profesional dan kompeten adalah guru yang menguasai materi pembelajaran matematika, memahami bagaimana siswa belajar, menguasai pembelajaran yang mampu mencerdaskan siswa, dan mempunyai kepribadian yang dinamis dalam membuat keputusan perencanaan dan pelaksanaan pembelajaran.

Dukungan dan bimbingan untuk pengembangan profesionalisme dalam mengajar matematika dapat berupa pengembangan dan penetapan ukuran baku (standar) minimal yang perlu dikuasai setiap guru matematika yang profesional. Beberapa komponen dalam standar guru matematika yang profesional adalah sebagai berikut: (1) penguasaan dalam pembelajaran matematika, (2) penguasaan dalam pelaksanaan evaluasi pembelajaran matematika, (3) penguasaan dalam pengembangan profesional guru matematika, dan (4) penguasaan tentang posisi penopang dan pengembang guru matematika dan pembelajaran matematika.

Guru matematika yang profesional dan kompeten mempunyai wawasan landasan yang dapat dipakai dalam perencanaan dan pelaksanaan pembelajaran matematika. Wawasan itu dapat berupa dasardasar teori belajar yang dapat diterapkan untuk pengembangan dan/atau perbaikan pembelajaran matematika.

#### a. Teori Thorndike

Kurikulum matematika di sekolah dasar dipengaruhi oleh teori Thorndike sebelum tahun 1950-an, hal itu ditandai dengan adanya pengembangan keterampilan komputasional bilangan cacah, pecahan, dan desimal. Teori thorndike disebut pula teori penyerapan, yaitu teori yang memandang siswa ibarat selemba kertas putih. Seorang penerima pengetahuan yang siap menerima pengetahuan secara pasif.

Pandangan belajar seperti itu mempunyai dampak terhadap pandangan mengajar. Mengajar dipandang sebagai mentransfer materi pelajaran tahap demi tahap sebagai

urutan bahan pelajaran yang disusun dengan cermat, mengkomunikasikan bahan kepada siswa, dan membawa mereka untuk praktik menggunakan konsep atau prosedur baru. Konsep dan prosedur baru itu akan semakin mantap jika makin banyak praktik (latihan) dilakukan. Pada prinsipnya teori Thorndike menekankan banyak memberi praktik dan latihan (drill and practice) kepada siswa agar konsep dan prosedur dapat dikuasai dengan baik.

b. Teori Ausubel

Teori makna (*meaning theory*) dari Ausubel mengemukakan pentingnya pembelajaran bermakna dalam mengajar matematika. Kebermaknaan pembelajaran akan membuat pembelajaran lebih menarik, lebih bermanfaat, dan lebih menantang, sehingga konsep dan prosedur matematika akan lebih mudah dipahami dan lebih tahan lama diingat oleh siswa. Kebermaknaan yang dimaksud dapat berupa struktur matematikayang lebih ditonjolkan untuk memudahkan pemahaman (*understanding*). Pengertian lain dari kebermaknaan adalah pernyataan konsep-konsep dalam bentuk bagan, diagram atau peta, yang tampak keterkaitan antara konsep satu dengan yang lain.

c. Teori Jean Piaget

Menurut teori perkembangan, Piaget menyatakan bahwa kemampuan intelektual anak berkembang secara bertahap, yaitu: (a) sensori motor (0- 2 tahun), (b) pra-operasional (2 – 7 tahun), (c) operasional konkret (7 – 11 tahun), (d) operasional formal ( $\geq$  11 tahun). Teori Piaget merekomendasikan perlunya mengamati tahapan perkembangan intelektual siswa sebelum suatu bahan pelajaran matematika diberikan, terutama untuk menyesuaikan ‘keabstrakan’ bahan matematika dengan kemampuan berpikir abstrak siswa pada saat itu.

Teori Piaget juga menyatakan bahwa setiap makhluk hidup mempunyai kemampuan untuk menyesuaikan diri dengan situasi sekitar atau lingkungannya. Kondisi

ini memberikan petunjuk bahwa seseorang selalu belajar untuk mencari tahu dan memperoleh pengetahuan, dan setiap manusia selalu berusaha untuk membangun sendiri pengetahuan yang diperolehnya. Pendapat Piaget melandasi aliran konstruktivisme dalam pelaksanaan pembelajaran matematika, dan memposisikan peran guru sebagai fasilitator dan motivator agar siswa mempunyai kesempatan untuk membangun sendiri pengetahuan mereka.

Piaget mengasumsikan adanya jaringan (abstrak) dalam pikiran, yang mana konsep noktah, dan konsep yang terkait atau mempunyai bagian kesamaan dihubungkan dengan garis. Jaringan konsep ini disebut skemata. Setiap rangsangan (pengetahuan baru) akan ditangkap dan dicocokkan dengan konsep-konsep dalam skemata, untuk mencari-cari kesamaan, dan proses ini disebut asimilasi. Jika ternyata rangsangan itu tidak terkait dengan konsep yang sudah ada maka konsep baru ditambahkan pada skemata, dan proses ini disebut dengan akomodasi.

Penerapan teori Piaget dalam pembelajaran matematika adalah perlunya keterkaitan materi baru pelajaran matematika dengan materi sebelumnya yang telah diberikan, sehingga lebih memudahkan siswa memahami materi baru. Ini berarti pengetahuan prasyarat dan pengetahuan baru perlu dirancang berurutan sebelum pembelajaran matematika dilaksanakan. Lebih daripada itu, agar konsep yang diberikan dapat dipahami, representasi dari asimilasi perlu diwujudkan dalam contoh, dan representasi dari akomodasi perlu diwujudkan dalam bukan contoh. Jika seorang siswa mampu menceritakan persamaan (asimilasi) dan perbedaan (akomodasi) tentang dua konsep atau lebih maka ia disebut berada dalam tahap ekuilibrasi.

Hal lain yang dikembangkan oleh Piaget adalah definisi konservasi

(kelestarian, kelanggengan). Seorang siswa yang teridentifikasi sudah dalam kondisi tertentu, ia dalam keadaan siap untuk menerima materi pelajaran matematika yang terkait. Beberapa konservasi disebut sebagai:

(a) konservasi bilangan, (b) konservasi panjang, (c) konservasi isi.

d. Teori Vygotsky

Vygotsky berusaha mengembangkan model konstruktivistik belajar mandiri dari Piaget menjadi belajar kelompok. Dalam membangun sendiri pengetahuannya, siswa dapat memperoleh pengetahuan melalui kegiatan yang bermacam-macam denganguru sebagai fasilitatornya. Kegiatan itu dapat berupa diskusi kelompok kecil, diskusi kelas, mengerjakan tugas kelompok, tugas mengerjakan ke depan kelas 2 -3 siswa dalam waktu yang sama dan untuk soal yang sama, tugas bersama membuat laporan kegiatan pengamatan atau kejian matematika, dan tugas menyampaikan penjelasan atau mengkomunikasikan pendapat atau presentasi tentang sesuatu yang terkait dengan matematika. Dengan keigatan yang bervariasi, diharapkan siswa akan membangun pengetahuannya sendiri melalui membaca, diskusi, tanya jawab, kerja kelompok, pengamatan, pencatatan, pengerjaan, dan presentasi.

e. Teori Jerome-Bruner

Teori Bruner berkaitan dengan perkembangan mental, yaitu kemampuan mental anak yang berkembang secara bertahap mulai dari yang sederhana menuju yang kompleks, mulai dari yang mudah menuju yang sulit, dan mulai dari yang nyata menuju yang abstrak. Tahapan tersebut dapat membantu siswa untuk mengikuti pelajaran dengan lebih mudah. Urutan bahan yang dirancang biasanya juga terkait umur siswa.

Bruner menyebut tiga tahapan yang perlu diperhatikan dalam mengakomodasikan kondisi siswa, yaitu: (a) enactive (manipulasi objek langsung), (b) iconic (manipulasi objek tidak langsung), dan (c) symbolic (manipulasi simbol). Penggunaan berbagai objek

dalam berbagai bentuk dilakukan setelah melalui pengamatan yang teliti bahwa memang benar objek itu yang diperlukan. Sebagai contoh bagi siswa SD kelas1, mereka dalam tahap enactive, artinya matematika lebih banyak diajarkan dengan manipulasi objek langsung dengan memanfaatkan kerikil, kelereng, manik-manik, potongan kertas, bola, kotak, karet, dsb, dan dihindari penggunaan langsung simbol-simbol huruf dan lambang-lambang operasi yang berlebihan.

f. Pemecahan Masalah (George Polya)

Menurut George Polya, teknik heuristik (bantuan untuk menemukan), meliputi: (a) *understand the problem*, (b) *devise a plan*, (c) *carry out the plan*, dan (d) *look back*. Tahun 1980-an, pemecahan masalah merupakan fokus matematika sekolah di Amerika Serikat. Usaha ini merupakan realisasi dari keinginan meningkatkan pembelajaran matematika sehingga siswa mempunyai pandangan atau wawasan yang luas dan mendalam ketika mereka menghadapi suatu masalah.

Ada beberapa definisi tentang masalah. Charles dan Laster (Walk, 1990) mendefinisikan masalah sebagai berikut: suatu masalah adalah suatu tugas yang mana: (1) seseorang tertantang untuk menyelesaikan, (2) seseorang tidak mempunyai prosedur yang siap pakai untuk memperoleh selesaian, (3) seseorang harus melakukan suatu usaha untuk memperoleh selesaian. Definisi Charles dan Laster ini menjelaskan tiga ciri atau sifat dasar dari suatu masalah, yaitu suatu keinginan tanpa petunjuk (yang jelas), dan usaha.

Bentuk-bentuk soal yang memerlukan pemecahan masalah antara lain: (a) soal cerita (*verbal/word problems*), (b) soal tidak rutin (*nonroutine mathematics problems*), dan (c) soal nyata (*real/application problems*).

Seseorang akan mampu menyelesaikan soal cerita jika memahami susunan dan makna kalimat yang digunakan, memilih algoritma atau prosedur yang sesuai, dan



menggunakan algoritma atau prosedur yang benar. Kendala utama siswa dalam menyelesaikan soal cerita adalah mereka kesulitan memahami makna bahasa dari kalimat yang digunakan karena adanya istilah matematika yang perlu diganti dalam bentuk lambang, misalnya jumlah, hasil kali, selisih, perbandingan, hasil bagi, dan kaitannya dengan pengertian bahasa: (1) Kembalian (dalam pembelian) terkait dengan pengurangan, (2) Pajak (dalam pembelian) terkait penjumlahan, (3) Kehilangan terkait pengurangan, (4) Setiap (harga barang) terkait perkalian, (5) Masalah tidak rutin mengajak seseorang untuk berpikir tingkat tinggi karena tidak ada cara, jalan, dan prosedur penyelesaian.

### **C. Rangkuman.**

Guru matematika yang profesional dan kompeten memiliki wawasan landasan yang dapat dipakai dalam perencanaan dan pelaksanaan pembelajaran matematika. Teori-teori yang berpengaruh untuk pengembangan dan perbaikan pembelajaran matematika:

#### **1. Teori Thorndike**

Teori thorndike disebut teori penyerapan, yaitu teori yang memandang siswa sebagai selembar kertas putih, penerima pengetahuan yang siap menerima pengetahuan secara pasif.

#### **2. Teori Ausubel**

Teori makna (meaning theory) dari Ausubel mengemukakan pentingnya kebermaknaan pembelajaran akan membuat pembelajaran lebih bermanfaat dan akan lebih mudah dipahami dan diingat peserta didik.

#### **3. Teori Jean Piaget.**

Teori ini merekomendasikan perlunya pengamatan terhadap tingkat perkembangan intelektual anak sebelum suatu bahan pelajaran matematika diberikan.

#### **4. Teori Vygotsky**

Teori ini berusaha mengembangkan model konstruktivistik belajar mandiri Piaget menjadi belajar kelompok melalui teori ini siswa dapat memperoleh pengetahuan melalui kegiatan ang beranekaragam dengan guru sebagai fasilitator.

## **E. Latihan Soal**

**Petunjuk: pilihlah satu jawaban dari beberapa alternarif jawaban yang disediakan.**

1. Teori penyerapan dari Thorndike memandang pentingnya pembelajaran yang bertumpu pada:
  - A. Pemahaman.
  - B. Keterkaitan.
  - C. Pemaknaan
  - D. Latihan dan praktik.
2. Pengaitan materi baru dengan pengetahuan yang telah dipelajari siswa merupakan implementasi dari teori: A. Piaget.
  - B. Thorndike.
  - C. Bruner.
  - D. Ausubel.
3. Suatu keadaan di mana kesiapan siswa untuk menerima materi baru sudah mantap disebut: A. Akomodasi.
  - B. Asimilasi.
  - C. Konservasi.
  - D. Equilibrasi.
4. Siswa yang hanya dapat mengatakan dua himpunan (kumpulan) benda itu memiliki anggota yang sama apabila anggotanya itu disusun, maka:
  - A. Kemungkinan ia akan mendapatkan kemudahan dalam operasi perkalian.
  - B. Kemungkinan mendapat kesulitan dalam operasi penjumlahan dan pengurangan.

- C. Kemungkinan mendapatkan kemudahan dalam operasi pembagian.
  - D. Kemungkinan merasa mudah membilang satu persatu sampai ratusan.
5. Agar siswa sukses di masa mendatang, yang perlu dilakukan guru dalam awal proses pembelajaran adalah dengan melakukan hal berikut, KECUALI:
- A. Mengaktifkan pengetahuan prasyarat siswa.
  - B. Menyediakan pengalaman untuk membangun latar belakang yang esensial.
  - C. Menyesuaikan pembelajaran sehingga siswa dapat akses kepada sisi matematika dalam konteks bermakna.
  - D. Tidak perlu memanggil pengetahuan prasyarat, karena menghabiskan waktu untuk belajar.

### **Kegiatan Belajar 3**

#### **Pembelajaran Bilangan Bulat (bagian 1)**

##### **A. Tujuan Pembelajaran**

Setelah mempelajari modul 2 ini, diharapkan mahasiswa dapat:

1. Menjelaskan cara menanamkan pengertian penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat secara tepat.
2. Memilih media/alat peraga yang tepat dengan tahap berpikir siswa.
3. Menggunakan media/alat peraga dengan tepat untuk menyampaikan operasi hitung penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat.
4. Melakukan pembelajaran bilangan bulat yang sesuai dengan tahap perkembangan mental siswa dengan strategi yang tepat.
5. Mengeliminasi kesulitan-kesulitan yang mungkin dialami oleh siswa dalam pembelajaran penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat.

##### **B. Uraian Materi**

###### **1. Definisi Bilangan Bulat**

Dengan berkembangnya masyarakat industri, manusia memerlukan bilangan untuk keperluan pembukuan tingkat lanjut, antara lain untuk menghitung hutang dan piutang, serta tabungan dan pinjaman.

Pertanyaan yang muncul serupa dengan permasalahan:  $6 - 7 = ?$ ,  $8 - 10 = ?$ ,  $3 - 10 = ?$

Permasalahan ini serupa dengan usaha menambah bilangan-bilangan baru di dalam himpunan bilangan asli sehingga mereka dapat melakukan semua pengurangan, atau himpunan baru yang diperoleh bersifat tertutup terhadap pengurangan. Jawaban terhadap kesulitan mereka adalah tambahan bilangan-bilangan baru yang diperoleh dari:  $0 - 1$ ,  $0 - 2$ ,  $0 - 3$ ,  $0$

– 4, ... yang kemudian dilambangkan dengan: -1, -2, -3, -4, ... sehingga diperoleh himpunan baru yang disebut himpunan bilangan bulat, dan dinyatakan dengan:  $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ .

Digunakannya garis bilangan untuk menyatakan representasi bilangan, dan memberi makna terhadap bilangan-bilangan di sebelah kanan nol sebagai bilangan positif serta di sebelah kiri nol sebagai bilangan negatif, maka himpunan bilangan bulat dapat dinyatakan sebagai:

$$Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}.$$

## **2. Operasi Hitung pada Bilangan Bulat (Penjumlahan dan Pengurangan)**

Banyak permasalahan yang muncul ketika siswa belajar tentang operasi aljabar pada bilangan bulat terutama kelas rendah. Permasalahan yang muncul dalam kaitannya dengan soal-soal tersebut adalah bagaimana memberikan penjelasan dan cara menanamkan pengertian operasi aljabar tersebut secara konkret, karena kita tahu bahwa umumnya siswa selalu berpikir dari hal-hal yang bersifat konkret menuju hal-hal yang bersifat abstrak.

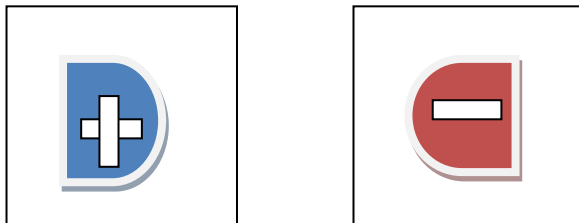
Mengenalkan operasi aljabar pada bilangan bulat dapat dilakukan melalui tiga tahap, yaitu: (1) tahap pengenalan konsep secara konkret, (2) tahap pengenalan konsep secara semi konkret atau semi abstrak, (3) tahap pengenalan konsep secara abstrak.

Tahap pertama, banyak sekali alat peraga yang dapat digunakan dalam pembelajaran bilangan bulat pada tahap konkret. Pada modul ini akan dibahas penggunaan dua macam alat peraga, pertama yaitu menggunakan pendekatan himpunan (yaitu menggunakan alat peraga manik-manik), kedua menggunakan pendekatan hukum kekekalan panjang (yaitu menggunakan alat peraga balok garis bilangan. Pada tahap kedua, proses penyelesaian operasi hitung diarahkan pada penggunaan garis bilangan atau tangga

garis bilangan. Sedangkan tahap ketiga baru siswa diperkenalkan dengan konsep operasi hitung yang bersifat abstrak.

### 3. Tahap pengenalan Konsep Operasi Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat secara Konkret

Model pertama yang digunakan adalah pendekatan himpunan, sedangkan alat peraga yang dipakai adalah manik-manik. Pada konsep himpunan, terdapat langkah menggabungkan dan memisahkan dua himpunan yang dalam hal ini anggotanya berupa manik-manik. Bentuk alat ini berupa bulatan-bulatan setengah lingkaran yang apabila sisi diameternya digabungkan akan membentuk lingkaran penuh. Alat ini dapat dibuat dalam dua warna, satu warna menandakan bilangan positif, sedangkan warna lainnya menandakan bilangan negatif.



Gambar 2.1. Alat peraga manik-manik positif dan manik-manik negatif

Dalam alat peraga ini, bilangan nol diwakili oleh dua buah manikmanik dengan warna berbeda yang dihimpitkan diameternya sehingga membentuk lingkaran penuh dalam dua warna.

Manik-manik berbentuk netral ini digunakan pada saat kita akan melakukan operasi pengurangan  $a - b$  dengan  $b > a$  atau  $b < 0$ . Selanjutnya, ketika menggunakan alat peraga ini harus memperhatikan beberapa prinsip kerja seperti yang akan dijelaskan berikut ini.

Dalam operasi hitung, proses penggabungan dalam konsep himpunan diartikan sebagai penjumlahan, sedangkan proses pemisahan dapat diartikan sebagai pengurangan.

Oleh karena itu, jika kita menggabungkan sejumlah manik-manik ke dalam kelompok manik-manik lain sama halnya dengan melakukan penjumlahan. Ada beberapa hal yang harus diperhatikan dalam melakukan proses penjumlahan, yaitu:

1. Jika  $a > 0$  dan  $b > 0$  atau  $a < 0$  dan  $b < 0$ , maka gabungkanlah sejumlah manik-manik ke dalam kelompok manik-manik lain yang warnanya sama.
2. Jika  $a > 0$  dan  $b < 0$  atau sebaliknya, maka gabungkanlah sejumlah manik-manik yang mewakili bilangan negatif. Selanjutnya proses ‘penghimpitan’ di antara kedua kelompok manik-manik tersebut agar

ada yang menjadi lingkaran penuh. Tujuannya untuk mencari sebanyak-banyaknya kelompok manik-manik yang bernilai nol. Melalui proses ini akan menyisakan manik-manik dengan warna tertentu yang tidak berpasangan. Manik-manik yang tidak berpasangan inilah merupakan hasil penjumlahannya.

Proses pengurangan diasumsikan dengan pemisahan sejumlah manik-manik keluar dari kelompok manik-manik yang lain. Namun, ada beberapa hal yang harus diperhatikan dalam melakukan proses

pengurangan, yaitu:

1. Jika  $a > 0$  dan  $b > 0$  tetapi  $a > b$ , maka pisahkanlah secara langsung sejumlah  $b$  manik-manik keluar dari kelompok manik-manik yang berjumlah  $a$ .
2. Jika  $a > 0$  dan  $b > 0$  tetapi  $a < b$ , maka sebelum memisahkan sejumlah  $b$  manik-manik yang nilai bilangannya lebih besar dari  $a$ , terlebih dahulu harus digabungkan sejumlah manik-manik yang bersifat netral terlebih dahulu ke dalam kelompok manik-manik  $a$ , dan banyaknya tergantung pada seberapa kurangnya manik-manik yang akan dipisahkan.

3. Jika  $a > 0$  dan  $b < 0$ , maka sebelum memisahkan sejumlah  $b$  manikmanik yang bernilai negatif, terlebih dahulu harus digabungkan sejumlah manik-manik yang bersifat netral dan banyaknya tergantung dari besarnya bilangan penguranya ( $b$ ).
4. Jika  $a < 0$  dan  $b > 0$ , maka sebelum melakukan proses pemisahan sejumlah  $b$  manik-manik yang bernilai positif dari kumpulan manikmanik yang bernilai negatif, terlebih dahulu harus digabungkan sejumlah manik-manik yang bersifat netral ke dalam kumpulan manikmanik  $a$ , dan banyaknya tergantung pada seberapa besarnya bilangan  $b$ .
5. Jika  $a < 0$  dan  $b < 0$  tetapi  $a > b$ , maka sebelum melakukan proses pemisahan sejumlah  $b$  manik-manik yang bilangannya lebih kecil dari  $a$ , terlebih dahulu harus dilakukan proses penggabungan sejumlah manik-manik yang bersifat netral ke dalam kumpulan manik-manik  $a$ . Dan banyaknya tergantung dari seberapa kurangnya manik-manik yang akan dipisahkan.
6. Jika  $a < 0$  dan  $b < 0$  tetapi  $a < b$ , maka pisahkanlah secara langsung sejumlah  $b$  manik-manik keluar dari kelompok manik-manik yang berjumlah  $a$ .

Selanjutnya, agar lebih mudah memahami prinsip-prinsip di atas berikut akan diperagakan beberapa contoh penggunaan alat peraga manikmanik tersebut, misalnya untuk menjelaskan operasi hitung  $3 + (-4)$  dan  $3 -$

4.

a.  $3 + (-4)$

Prinsip nomor dua akan digunakan untuk menyelesaikan penjumlahan bilangan bulat di atas. Proses penyelesaiannya dapat diperhatikan sebagai berikut:

- 1). Tempatkanlah 3 buah manik-manik yang bertanda positif ke dalam papan peragaan untuk menunjukkan bilangan positif 3.



- 2). Tambahkanlah ke dalam papan peragaan tersebut manik-manik yang bertanda negatif sebanyak 4 buah untuk menunjukkan bilangan kedua dari operasi tersebut, yaitu negatif 4.
- 3). Lakukanlah pemetaan antara manik-manik yang bertanda positif dengan yang bertanda negatif dengan tujuan untuk mencari sebanyakbanyaknya bilangan yang bersifat netral (bernilai nol).
- 4). Dari hasil pemetaan pada langkah ke-3, terlihat ada 3 manik-manik yang membentuk lingkaran penuh (bersifat netral). Jika pasangan manik-manik ini dikeluarkan, maka dalam papan peragaan terlihat ada 2 buah manik-manik yang berwarna putih (bernilai negatif 1).

Peragaan ini menunjukkan bahwa  $3 + (-4) = -1$ .

b.  $3 - 5 = \dots ?$

Prinsip nomor 2 digunakan untuk menyelesaikan permasalahan di atas. Proses kerjanya dapat diperhatikan sebagai berikut:

- 1). Tempatkan 3 buah manik-manik yang bertanda positif ke dalam papan peragaan untuk menunjukkan bilangan positif 3.
- 2). Karena operasi hitungnya berkenaan dengan pengurangan yaitu oleh bilangan positif 5, maka seharusnya dipisahkan dari dalam papan peragaan tersebut manik-manik yang bertanda positif sebanyak 5 buah. Namun, untuk sementara pengambilan tidak dapat dilakukan.

Mengapa?

- 3). Agar pemisahan dapat dilakukan, maka perlu ditambahkan 2 buah manik-manik bertanda negatif dan dihimpitkan ke dalam papan peragaan.
- 4). Setelah proses nomor 3, maka akan terlihat 5 buah manik-manik di papan peragaan yang terlihat yang bertanda positif dan 2 buah manik-manik yang bertanda negatif.

Selanjutnya dapat dipisahkan ke-5 buah manik-manik yang bertanda positif keluar dari papan peragaan.

- 5). Dari hasil pemisahan, di dalam papan peragaan sekarang terdapat 2 buah manik-manik yang bertanda negatif (bernilai negatif 2). Hal ini menunjukkan bahwa  $3 - 5 = -2$ .

Dua contoh di atas menunjukkan pada kita bahwa secara realistik penggunaan alat peraga ini dapat memperlihatkan perbedaan proses untuk mendapatkan hasil dari proses hitung dalam sistem bilangan bulat yang berbentuk  $a + (-b)$  dan  $a - b$ , sekaligus memperlihatkan pula secara nyata berlakunya konsep  $a - b = a + (-b)$ . Penggunaan alat peraga ini dapat dimanfaatkan untuk melatih pola (logika) berpikir siswa dalam memahami suatu permasalahan. Pemahaman lebih lanjut dapat dilakukan sendiri peragaan untuk operasi hitung yang lain baik untuk prinsip penjumlahan maupun prinsip pengurangan.

Selain alat peraga manik-manik di atas, terdapat alat peraga lain yang dapat dijadikan media untuk menjelaskan operasi hitung pada bilangan bulat, yaitu: tangga garis bilangan, pita garis bilangan, dan balok garis bilangan. Ketiga alat tersebut merupakan alat yang biasa digunakan untuk mengenalkan atau melakukan operasi hitung dasar pada sistem bilangan bulat. Penerapannya dapat disesuaikan dengan kondisi kelas. Dapat diperankan oleh siswa dengan melakukan lompatan-lompatan maju atau mundur, menghadap ke kiri atau ke kanan sesuai dengan bilangan yang akan dioperasikan.

Pita garis bilangan adalah alat bantu yang terbuat dari karton yang dalam penggunaannya memiliki prinsip kerja yang sama dengan tangga garis bilangan. Jika pada tangga garis bilangan model peraga berupa siswa sendiri, maka dalam pita garis bilangan peran siswa dapat digantikan oleh orang-orangan atau mobil-mobilan yang terbuat dari karton juga atau miniatur orang-orangan dan mobil-mobilan.

Balok garis bilangan merupakan bentuk modifikasi dari tangga garis bilangan maupun pita garis bilangan dengan pertimbangan bahwa alat ini lebih memenuhi kriteria

atau syarat pengadaan alat peraga (lebih kuat dan tahan lama). Model yang digunakan untuk melakukan peragaan berupa wayang-wayangan (orang-orangan ataupun mobil-mobilan)

Ketiga alat peraga tersebut prinsip kerjanya berpedoman pada hukum kekekalan panjang, bahwa ‘panjang keseluruhan sama dengan panjang masing-masing bagian-bagiannya’. Seperti halnya alat peraga manik-manik, pada saat menggunakan alat peraga balok garis bilangan harus pula memperhatikan prinsip kerja alat ini. Prinsip kerja yang harus diperhatikan dalam melakukan operasi aljabar bilangan bulat baik penjumlahan maupun pengurangan adalah sebagai berikut:

- 1). Posisi awal model harus berada pada skala nol.
- 2). Jika bilangan pertama bertanda positif, maka sisi muka model menghadap ke bilangan positif, kemudian melangkahkan model tersebut ke arah yang sesuai dengan besarnya bilangan pertama tersebut. Proses yang sama dilakukan apabila bilangan pertamanya bertanda negatif.
- 3). Jika model dilangkahkan maju, dalam prinsip operasi hitung istilah maju diartikan sebagai tambah (+), sedangkan jika model dilangkahkan mundur, istilah mundur diartikan sebagai kurang (-).
- 4). Gerakan maju atau mundurnya model tergantung dari bilangan penambah dan pengurangnya. Untuk gerakan maju, jika bilangan penambahnya merupakan bilangan positif, dan sebaliknya jika bilangan penambahnya merupakan bilangan negatif, maka model bergerak maju ke arah bilangan negatif. Untuk gerakan mundur, apabila bilangan pengurangnya merupakan bilangan positif maka model bergerak mundur dengan sisimuka model menghadap ke bilangan positif, dan sebaliknya apabila bilangan pengurangnya merupakan bilangan negatif, maka model bergerak mundur dengan sisi muka model menghadap ke bilangan negatif.

Agar dapat memahami prinsip kerja di atas, berikut akan diperagakan beberapa permasalahan penggunaan alat peraga garis bilangan untuk menjelaskan operasi hitung  $3 + (-5)$  dan  $3 - 5$ .

a.  $3 + (-5) = \dots$ ?

- 1). Tempatkan model pada skala nol dan menghadap ke bilangan positif.
- 2). Langkahkan model dari angka nol sebanyak 3 skala. Hal ini menunjukkan bilangan pertama dari operasi tersebut, yaitu bilangan positif 3.
- 3). Karena bilangan penjumlahannya adalah bilangan negatif, maka pada skala 3 posisi muka model harus menghadap ke bilangan negatif.
- 4). Karena operasi hitung berkenaan dengan penjumlahan, yaitu oleh bilangan  $(-5)$  berarti model harus dilangkahkan maju dari angka 3 satu langkah demi satu langkah sebanyak 5 skala.
- 5). Posisi terakhir dari model pada langkah 4 di atas terletak pada skala  $-2$  dan ini menunjukkan hasil dari  $3 + (-5) = -2$ .

b.  $3 - 5 = \dots$

- 1). Tempatkan model pada skala nol dan menghadap ke bilangan positif.
- 2). Langkahkan model satu langkah demi satu langkah maju dari angka nol sebanyak 3 skala untuk menunjukkan bilangan pertama, yaitu positif 3.
- 3). Karena operasi hitung berkenaan dengan pengurangan, maka langkahkan model tersebut mundur dari angka 3 satu langkah demi satu langkah sebanyak 5 skala dengan posisi muka model tetap menghadap ke bilangan positif.
- 4). Posisi terakhir model pada langkah 3 di atas terletak pada skala  $-2$ , dan ini menunjukkan hasil dari  $3 - 5$ . Jadi penyelesaian dari  $3 - 5 = -2$ .

Untuk pemahaman lebih lanjut, silakan Anda lakukan peragaan sendiri untuk operasi-operasi hitung bilangan bulat yang lain. Kedua peragaan garis bilangan di atas memperlihatkan dengan jelas kepada kita bahwa terdapat proses yang berbeda untuk menunjukkan hasil dari  $3 + (-5)$  dan  $3 - 5$ . Peragaan garis bilangan untuk bentuk  $3 + (-5)$  hasilnya ditunjukkan oleh ujung anak panah, sedangkan bentuk operasi  $3 - 5$  hasilnya ditunjukkan oleh ujung pangkal panah. Berarti untuk menentukan hasil dari operasi bilangan bulat jika peragaannya menggunakan garis bilangan, bilangan yang ditunjuk sebagai hasil tidak selalu berorientasi pada ujung anak panah, pangkal panahpun dapat digunakan sebagai penunjuk hasil.

#### **4. Tahap Pengenalan Konsep secara Semi Konkret atau Semi Abstrak**

Proses penyelesaian operasi hitung pada sistem bilangan bulat diarahkan kepada ‘bagaimana menggunakan garis bilangan’. Seperti halnya saat menggunakan alat peraga, maka pada tahap semi konkret atau semi abstrak sebelum dibahas bagaimana menjelaskan penggunaan garis bilangan dalam operasi hitung bilangan bulat akan dibahas terlebih dahulu mengenai prinsip-prinsip penggunaan garis bilangan tersebut.

Cara kerja pada garis bilangan pada prinsipnya sama dengan cara kerja pada balok, tangga, atau pita garis bilangan, yaitu ditekankan pada langkah ‘maju’ untuk operasi penjumlahan, dan langkah ‘mundur’ untuk operasi pengurangan. Kemudian sisi muka model yang dihadapkan ke arah bilangan positif maupun negatif *ditunjukkan oleh arah ujung anak panah pada garis bilangannya*.

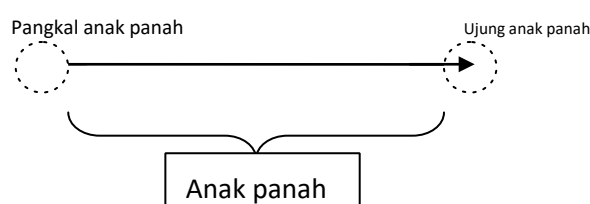
Untuk lebih jelasnya, dapat diperhatikan prinsip-prinsip kerja penggunaan garis bilangan berikut ini agar tidak mengalami kesulitan dalam memperagakan di hadapan siswa.

- a. Setiap akan melakukan peragaan, posisi awal model harus selalu dimulai dari bilangan atau skala 0 (nol).

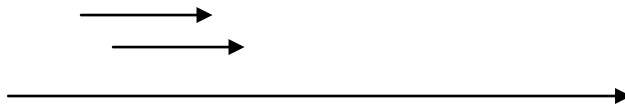
- b. Jika bilangan pertama bertanda positif, maka ujung anak panah di arahkan ke bilangan positif dan bergerak maju dengan skala yang besarnya sama dengan bilangan pertama, sedangkan pangkal anak panahnya mengarah pada bilangan negatif. Sebaliknya, jika bilangan pertama bertanda negatif, maka ujung anak panah diarahkan ke bilangan negatif dan gerakkan dengan skala besarnya sama dengan bilangan pertama. Sedangkan pangkal anak panah mengarah ke bilangan positif.
- c. Jika anak panah dilangkahkan maju, maka dalam prinsip operasi hitung, istilah mau diartikan sebagai ‘penjumlahan’. Sebaliknya, jika anak panah dilangkahkan mundur maka istilah mundur diartikan sebagai ‘pengurangan’. Namun demikian, gerakan maju atau mundurnya anak panah tergantung pada bilangan penambah atau pengurangnya. Untuk gerakan maju: apabila bilangan penambahnya merupakan bilangan positif, maka gerakan maju anak panah harus ke arah bilangan positif. sebaliknya, apabila bilangan penambahnya merupakan bilangan negatif, maka gerakkan maju anak panah juga harus ke arah bilangan negatif.

Untuk gerakan mundur: apabila bilangan pengurangnya merupakan bilangan positif, maka anak panah akan mundur dengan unung anak panahnya menghadap ke bilangan positif. Sebaliknya apabila bilangan pengurangnya merupakan bilangan negatif, maka anak panah akan mundur dengan ujung anak panahnya menghadap ke bilangan negatif. Dalam penjumlahan, hasil akhir dilihat dari posisi akhir ujung anak panah, sedangkan pada pengurangan, hasil akhir dilihat dari posisi akhir pangkal anak panah.

Keterangan:

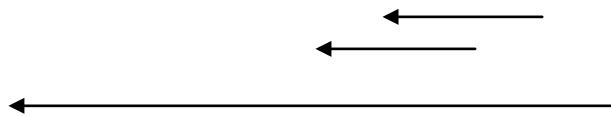


- d. Gerakan maju: gerakan dimulai dari pangkal panah ke arah ujung panah.



Untuk gerakan maju selanjutnya cukup digambarkan tanpa 2 anak panah di atasnya.

- e. Gerakan mundur: gerakan mundur dimulai dari ujung anak panah ke arah pangkal panah.



Selanjutnya, akan dijabarkan bagaimana menjumlahkan dua bilangan bulat dengan pendekatan yang semi konkret atau semi abstrak dengan menggunakan garis bilangan.

Permasalahan dalam penjumlahan

bilangan bulat yang dihadapi adalah sebagai berikut:

- Penjumlahan bilangan bulat positif dengan bilangan bulat positif.
- Penjumlahan bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif.
- Penjumlahan bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif.
- Penjumlahan bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat negatif.

Contoh permasalahan yang akan diperagakan adalah sebagai berikut:

- $2 + 5 = \dots\dots\dots$
- $2 + (-5) = \dots\dots\dots$
- $(-2) + 5 = \dots\dots\dots$
- $(-2) + (-5) = \dots\dots\dots$

Masalah pertama dapat diselesaikan dengan cara sebagai berikut:

- a. Dari skala 0, langkahkan anak panah ke arah bilangan bulat positif dan berhenti pada skala 2. Langkah ini untuk menunjukkan bahwa bilangan pertamanya adalah positif 2.
- b. Karena operasi hitungnya berkenaan dengan operasi penjumlahan, dan anak panah arahnya sudah sesuai dengan jenis bilangan kedua, maka langkahkan maju anak panah sebanyak 5 langkah dari posisi skala 2.
- c. Posisi akhir dari ujung anak panah pada langkah kedua tepat berada di atas skala 7, dan ini menunjukkan hasil operasi hitung dari  $2 + 5 = 7$ .

Permasalahan ke-2,  $2 + (-5)$ , dapat diselesaikan dengan cara sebagai berikut:

- a. Dari skala 0, langkahkan anak panah ke arah bilangan bulat positif dan berhenti pada skala 2. Langkah ini untuk menunjukkan bahwa bilangan pertamanya adalah positif 2.
- b. Karena bilangan kedua negatif, maka pada skala 2, ujung anak panah harus dihadapkan padabilangan negatif.
- c. Karena operasi hitungnya mengenai penjumlahan, yaitu oleh bilangan 5 berarti anak panah harus dilangkahkan maju sebanyak 5 langkah.
- d. Posisi akhir dari ujung anak panah pada langkah ketiga tepat berada di atas skala -3 dan ini menunjukkan hasil dari  $2 + (-5)$ . Jadi penyelesaian dari  $2 + (-5) = -3$ .

Permasalahan ke-3,  $(-2) + 5$ , dapat diselesaikan dengan cara sebagai berikut:

- a. Dari skala 0, langkahkanlah anak panah ke arah bilangan negatif dan berhenti pada skala -2 (lihat gambar 5.4). hal ini menunjukkan bilangan pertamanya, yaitu negatif 2.
- b. Karena bilangan penjumlahannya merupakan bilangan positif, maka pada skala -2 tersebut ujung anak panahnya harus dihadapkan ke arah bilangan positif.



- c. Karena operasi hitungnya mengenai penjumlahan, yaitu oleh bilangan 5 berarti anak panah tersebut harus dilangkahhkan maju sebanyak 5 langkah.
- d. Posisi akhir dari ujung anak panah pada langkah ketiga tepat berada di atas skala 3, dan ini menunjukkan hasil dari  $(-2) + 5$ . jadi penyelesaian dari  $(-2) + 5 = 3$ .

Permasalahan ke-4,  $(-2) + (-5)$ , dapat diselesaikan dengan cara sebagai berikut:

- a. Dari skala 0, langkahkanlah anak panah ke arah bilangan negatif dan berhenti pada skala -2. Hal ini untuk menunjukkan bilangan pertamanya negatif -2.
- b. Karena operasi hitungnya berkenaan dengan penjumlahan, dan anak panah arahnya sudah sesuai dengan jenis bilangan keduanya, maka langkahkanlah maju anak panah tersebut sebanyak 5 langkah dari posisi skala -2.
- c. Posisi akhir dari ujung anak panah pada langkah kedua tepat berada di atas skala -7, dan ini menunjukkan hasil dari  $(-2) + (-5) = -7$ .

## 5. Tahap Pengenalan Konsep secara Abstrak

Penggunaan alat peraga misalnya manik-manik dan garis bilangan untuk melakukan operasi hitung bilangan bulat memiliki keterbatasan, karena tidak dapat menjangkau bilangan-bilangan yang cukup besar. Oleh karena itu, sebagai pendidik, kita dituntut harus bisa menyampaikannya tanpa menggunakan alat bantu yang didahului oleh proses abstraksi.

Ketika seorang siswa sudah sampai pada tahap berpikir secara abstrak, maka siswa diasumsikan sudah tidak memerlukan alat peraga lagi dalam menyelesaikan operasi hitung bilangan bulat. Artinya, dari segi mental siswa dianggap telah siap menerima pelajaran dalam tahap pengenalan konsep secara abstrak. Dalam uraian berikut, akan dipelajari strategi yang diperlukan untuk menyampaikan materi tersebut tanpa alat bantu tanpa menyalahi prinsip-prinsip operasi hitung pada bilangan bulat.

Pemahaman kepada siswa diberikan dengan cara menginstruksikan kepada mereka untuk melihat dan memperhatikan kembali hasil pekerjaan yang telah mereka lakukan sebelumnya pada operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat ketika mereka menggunakan alat peraga.

Contohnya pada permasalahan berikut ini: (a)  $2 + 5 = 7$ , (b)  $2 + (-5) = -3$ ,

(c)  $(-2) + 5 = 3$ , (d)  $(-2) + (-5) = -7$ .

Dari hasil perhitungan di atas, siswa diajak berpikir bahwa terdapat hal-hal yang menarik dari keempat hasil penjumlahan bilangan-bilangan di atas yang dapat disimpulkan untuk melakukan ketepatan-ketepatan sebagai berikut:

1. Dari soal butir a, dapat disimpulkan bahwa ‘jumlah dua bilangan bulat positif adalah bilangan positif lagi’. Cara untuk memperoleh hasilnya dengan menumlahkan kedua bilangan itu seperti penjumlahan biasa.
2. Dari butir b dan c, dapat disimpulkan bahwa ‘jumlah dua bilangan bulat, satu positif dan satunya lagi negatif hasilnya dapat berupa bilangan bulat positif atau bilangan bulat negatif, atau dapat pula menghasilkan bilangan 0 (nol). Hal ini tergantung dari bilangan bulat yang dijumlahkan:
  - a.  $2 + (-5) = -3$  atau  $(-5) + 2 = -3$ .

Pada penjumlahan pertama, tampak bahwa angka dari bilangan bulat negatifnya (yaitu 5) lebih besar dari angka bilangan bulat positifnya (yaitu 2), sehingga hasil penjumlahannya adalah selisih dari 5 dengan 2 yang ditandai negatif.

- b.  $(-2) + 5 = 3$  atau  $5 + (-2) = 3$ .

Pada penjumlahan kedua, tampak bahwa angka dari bilangan bulat positifnya (yaitu 5) lebih besar dari angka bilangan bulat negatifnya (yaitu 2), sehingga hasil penjumlahannya adalah selisih dari 5 dengan 2 yang ditandai dengan bilangan positif.

Dengan menggunakan cara-cara tersebut, siswa diharapkan akan

dapat memahami karakteristik dari suatu operasi hitung bilangan bulat.

c.  $6 + (-6) = 0$  atau  $(-6) + 6 = 0$ .

Pada penjumlahan yang bersifat khusus ini, tampak bahwa angka dari bilangan bulat positif maupun bilangan bulat negatifnya sama, sehingga hasil penjumlahan bilangan-bilangan itu akan sama dengan 0 (nol).

3. Dari soal butir d, dapat disimpulkan bahwa ‘jumlah dua buah bilangan bulat negatif adalah bilangan negatif lagi’. Sedangkan cara untuk memperoleh hasilnya sama saja dengan menjumlahkan kedua angka tersebut dan hasilnya diberi tanda negatif. Contohnya: (a)  $(-6) + (-7) = -(6 + 7) = -13$ , (b)  $(-11) + (-19) = -(11 + 19) = -30$ .

Sedangkan bentuk pengurangan bilangan bulat, dapat disampaikan dengan strategi dan pendekatan sebagai berikut: pada saat memperagakan operasi pengurangan dengan menggunakan alat peraga, sebaiknya disajikan contoh-contoh yang berpola dan pada akhirnya dapat digunakan untuk merumuskan atau menetapkan suatu kesimpulan yang mengarah ke konsep pengurangan pada sistem bilangan bulat. Misalnya dapat disajikan beberapa contoh soal sebagai berikut: (a)  $4 - (-7) = \dots$ , (b)  $4 - (-6) = \dots$ , (c)  $4 - (-5) = \dots$ , (d)  $4 - (-4) = \dots$ , (e)  $4 - (-3) = \dots$ .

Kemudian siswa diminta untuk membandingkan dengan peragaan yang menyangkut operasi penjumlahan berikut: (a)  $4 + 7 = \dots$ , (b)  $4 + 6 = \dots$ , (c)  $4 + 5 = \dots$ , (d)  $4 + 4 = \dots$ , (e)  $4 + 3 = \dots$ .

Siswa diharapkan dapat melihat fakta bahwa hasil yang diperoleh dari operasi hitung di atas adalah bilangan-bilangan yang sama, yaitu: 11, 10, 9, 8, dan 7. Jika langkah-langkah pembelajaran tersebut sudah dilakukan dengan benar, barulah seorang guru dapat menegaskan kepada siswanya tentang konsep pengurangan pada bilangan bulat, bahwa ‘mengurangi suatu bilangan bulat sama saja dengan menjumlahkan lawan dari bilangan yang mengurangi’, dan secara matematis ditulis sebagai  $a - b = a + (-b)$  atau  $a - (-b) = a + b$ .

## 6. Permasalahan dalam Pembelajaran Operasi Bilangan Bulat di SD/MI

### a. Penggunaan Garis Bilangan yang Prinsipnya Tidak Konsisten

Banyak sekali buku-buku pelajaran matematika di SD/MI ataupun guru-guru yang mengajarkan dengan tidak memperhatikan dengan benar prinsip-prinsip ketjara dari garis bilangan. Sebagai contoh, untuk memperagakan bentuk pengurangan  $2 - 5$ , hampir semua buku yang beredar memperagakan sebagai berikut:

Peragaan yang ada di buku-buku SD/MI, selalu berorientasi pada hasil yang ditunjukkan oleh ujung anak panah. Padahal tidak selalu demikian, pangkal anak panahpun bisa berfungsi sebagai penunjuk hasil dari operasi hitung.

Penyampaian yang dilakukan seperti prinsip di atas memang tidak selalu salah, tetapi jika selalu berorientasi pada hasil yang ditunjukkan oleh ujung anak panah, maka akan ditemui kesulitan ketika akan memperagakan bentuk operasi hitung seperti:  $5 - (-6)$ ;  $(-3) - (-7)$ ;  $(-4) - 8$ , dsb. Akhirnya, banyak guru yang menghindari pemberian contoh bentuk pengurangan  $a - b$  jika  $b < 0$  ( $b$  bilangan negatif) dengan menggunakan alat peraga garis bilangan.

Tentu saja hal ini tidak akan menyelesaikan masalah, karena siswa menginginkan suatu konsep yang dapat diperlihatkan atau digambarkan secara umum, sedangkan yang dilakukan di atas

hanyalah manipulasi agar ketidaktahuan guru bisa ditutup-tutupi.

### b. Masih banyak guru yang salah menafsirkan bentuk $a + (-b)$ sebagai $a - b$ atau bentuk $a - (-b)$ sebagai bentuk $a + b$ .

Dalam buku pelajaran di sekolah dasar kelas 5 (khususnya yang membahas bilangan bulat), banyak dijumpai bentuk-bentuk operasi hitung seperti  $8 + (-5)$  atau  $6 - (-7)$  yang oleh para guru penulisan  $+$  ( $-$  ....) ditafsirkan dan disampaikan ke siswa

sebagai bentuk perkalian antara positif dan negatif. Sedangkan bentuk  $- (- \dots)$  ditafsirkan sebagai bentuk perkalian antara negatif dengan negatif.

Padahal penafsiran seperti itu tidaklah pada tempatnya dan menjadikan adanya miskonsepsi, karena di SD/MI bentuk atau konsep perkalian pada bilangan bulat belum diajarkan. Jadi, bentuk-bentuk operasi hitung seperti di atas dalam penyampaian atau dalam menjelaskan proses penyelesaiannya perlu diarahkan berdasarkan konsep ' $a + b = a + (-b)$ ' atau ' $a - (-b) = a + b$ ' yang dibaca bahwa setuju melakukan pengurangan pada bilangan bulat sama halnya dengan menambahkan dengan lawannya. Sehingga bentuk-bentuk operasi seperti  $8 + (-5)$  dan  $6 - (-7)$  sebelum dikerjakan dapat ditulis sebagai  $8 - 5$  dan  $6 + 7$ . Dari bentuk terakhir, secara abstrak siswa akan lebih mudah menyelesaikannya.

- c. Masih banyak guru dan siswa yang tidak dapat membedakan tanda  $-$  atau  $+$  sebagai bentuk operasi hitung dengan tanda  $-$  atau  $+$  sebagai jenis suatu bilangan.

Umumnya, guru atau siswa belum paham ketika menempatkan tanda  $-$  atau  $+$  sebagai bentuk operasi hitung dengan tanda  $-$  atau  $+$  sebagai jenis suatu bilangan. Misalnya bentuk ' $8 + (-5)$ ', masih banyak kalangan guru maupun siswa yang membaca sebagai 'delapan ditambah min lima. Sedangkan bentuk  $(-5) - (-7)$  dibaca sebagai "min lima min min tujuh". Padahal, bentuk seperti ' $8 + (-5)$ ' harus dibaca dengan "delapan ditambah negatif lima" atau "delapan plus negatif lima", sedangkan bentuk  $(-5) - (-7)$  dibaca sebagai "negatif lima dikurangi negatif tujuh" atau "negatif lima minus negatif tujuh". Jadi, jika tanda  $-$  atau  $+$  berfungsi sebagai operasi hitung, harus dibaca "minus atau min atau kurang untuk tanda  $-$  dan plus atau tambah untuk tanda  $+$ ". Sedangkan jika tanda  $-$  atau  $+$  ditempatkan sebagai jenis bilangan, maka harus dibaca "negatif untuk tanda  $-$  dan positif untuk tanda  $+$ ".

- d. Kurang tepatnya memberi pengertian tentang bilangan bulat.

Pada umumnya, dalam buku-buku pelajaran di SD/MI (khususnya kelas 5 banyak yang tidak memperhatikan bagaimana memberikan penjelasan atau pengertian adanya bilangan secara tepat. Misalnya, ada buku yang memberi ilustrasi anak berjalan maju untuk menandakan bilangan positif dan anak berjalan mundur untuk menandakan bilangan negatif tanpa ada penjelasan kenapa harus ada bilangan negatif. Ada pula buku yang mengilustrasikan anak berjalan ke arah kiri dari sebuah pohon untuk menandakan bilangan negatif dan di sisi lain dari sebuah pohon untuk menandakan bilangan positif. Padahal untuk menjelaskan pengertian bilangan bulat (khususnya yang menyangkut bilangan bulat negatif) harus dikaitkan dengan jenis atau operasi pada bilangan asli.

- e. Sulitnya memberikan penjelasan bagaimana melakukan operasi hitung pada bilangan bulat secara konkret maupun secara abstrak (tanpa menggunakan alat peraga)

Masalah ini akan teratasi jika dibaca kembali uraian tentang materi yang menyangkut bahasan operasi hitung bilangan bulat, baik yang terdapat di modul ini maupun dalam bahan yang lain. yang terpenting adalah upaya guru untuk menggunakan alat peraga dengan prinsip yang benar dan ini harus dilatihkan sendiri, serta harus banyak berbuat agar pembelajaran matematika menjadi pembelajaran yang menarik dan tidak kering. Jangan lupa untuk mengkaitkan setiap permasalahan yang disampaikan dengan permasalahan yang ada di kehidupan sehari-hari walaupun tidak semuanya dapat dilakukan.

### **C. Rangkuman**

1. Menyampaikan konsep bilangan bulat, sebaiknya diawali dengan penyampaian kasus operasi hitung pada bilangan asli, agar siswa dapat mengerti mengapa diperlukan bilangan bulat.

2. Menyampaikan konsep operasi hitung tetap harus melihat sampai dimana tahap berpikir siswa yang akan diajar, oleh karena itu sebaiknya penyampaian dilakukan dalam tiga tahap, yaitu: tahap pengenalan konsep secara konkret, tahap pengenalan semi konkret atau semi abstrak, dan tahap pengenalan secara abstrak.
3. Pengenalan konsep secara konkret sebaiknya diperkenalkan melalui alat peraga, seperti manik-manik atau balok garis bilangan atau alat peraga lain selama prinsip kerjanya dapat dipertanggungjawabkan kebenarannya.
4. Menyampaikan konsep bilangan bulat, sebaiknya diawali dengan penyampaian kasus operasi hitung pada bilangan asli, agar siswa dapat mengerti mengapa diperlukan bilangan bulat.
5. Menyampaikan konsep operasi hitung tetap harus melihat sampai dimana tahap berpikir siswa yang akan diajar, oleh karena itu sebaiknya penyampaian dilakukan dalam tiga tahap, yaitu: tahap pengenalan konsep secara konkret, tahap pengenalan semi konkret atau semi abstrak, dan tahap pengenalan secara abstrak.
6. Pengenalan konsep secara konkret sebaiknya diperkenalkan melalui alat peraga, seperti manik-manik atau balok garis bilangan atau alat peraga lain selama prinsip kerjanya dapat dipertanggungjawabkan kebenarannya.

#### **D. Latihan Soal**

**Petunjuk: pilihlah satu jawaban yang paling tepat dari alternatif jawaban yang disediakan.**

1. Seorang guru sedang memperagakan penggunaan balok garis bilangan. Mula-mula ia langkahkan model ke arah bilangan positif dan berhenti di skala 5. Pada skala 5 tersebut sisi muka model diarahkan ke bilangan negatif, kemudian ia langkahkan model tersebut mundur sebanyak 9 skala. Peragaan operasi hitung ini memperlihatkan kepada kita bentuk operasi hitung....





## **Kegiatan Belajar 4**

### **Pembelajaran Bilangan Bulat (bagian 2)**

#### **A. Tujuan Pembelajaran**

Setelah mempelajari kegiatan belajar 4 ini, diharapkan mahasiswa dapat:

6. Menjelaskan cara menanamkan pengertian perkalian dan pembagian bilangan bulat secara tepat.
7. Memilih media/alat peraga yang tepat dengan tahap berpikir siswa.
8. Menggunakan media/alat peraga dengan tepat untuk menyampaikan operasi hitung perkalian dan pembagian bilangan bulat.
9. Melakukan pembelajaran bilangan bulat yang sesuai dengan tahap perkembangan mental siswa dengan strategi yang tepat.
10. Mengeliminasi kesulitan-kesulitan yang mungkin dialami oleh siswa dalam pembelajaran perkalian dan pembagian bilangan bulat.

#### **B. Uraian Materi**

## 1. Operasi Hitung pada Bilangan Bulat (Perkalian dan Pembagian)

Seperti halnya pada operasi penjumlahan dan pengurangan, untuk mengenalkan konsep operasi hitung perkalian dan pembagian pada bilangan bulat juga dilakukan melalui tiga tahap, yaitu: tahap pengenalan konsep secara konkret, tahap pengenalan konsep secara semi konkret, dan tahap pengenalan secara abstrak.

Konsep perkalian dan pembagian sifatnya pengayaan, oleh karena itu, pembahasannya diarahkan pada tahap yang ketiga, namun agar materi yang Anda pelajari ini dapat diterima dan dipahami secara berkesinambungan, maka sebelum melanjutkan pembahasan materi yang ada dalam bahan ajar, tidak ada salahnya Anda membaca dulu materi prasyaratnya.

## 2. Tahap pengenalan Konsep Operasi Perkalian dan Pembagian Bilangan Bulat secara Konkret

Sebelum membahas operasi perkalian pada bilangan bulat, ada baiknya kita kembali menengok tentang operasi perkalian pada bilangan cacah. Pada operasi bilangan cacah, telah diketahui bahwa " $3 \times 4$ " (dibaca tiga kali empatan) diartikan sebagai " $4 + 4 + 4$ " sedangkan " $4 \times 3$ " (dibaca empat kali tigaan) diartikan sebagai " $3 + 3 + 3 + 3$ ".

Dari uraian di atas, dapat kita tekankan bahwa sebenarnya perkalian pada suatu bilangan maknanya sama dengan penjumlahan yang dilakukan secara berulang. Untuk mencari hasil kali  $a \times b$  sama halnya dengan menunjukkan hasil penjumlahan dari  $b + b + b + \dots + b$  sebanyak  $a$  faktor.

Berpedoman pada prinsip tersebut, berikut ini diperagakan perkalian bilangan bulat menggunakan media balok garis bilangan dengan berbagai permasalahannya:

1.  $a \times b$ , dengan  $a > 0$  dan  $b > 0$ . Prinsip kerja yang harus dijalankan adalah:
  - a. Pasang model pada skala 0 dan menghadap ke bilangan positif.
  - b. Langkahkan model maju sebanyak  $a$  langkah, dan setiap melangkah sebanyak  $b$  skala.

- c. Kedudukan akhir model menunjukkan hasil perkaliannya.
- 2.  $a \times b$ , dengan  $a > 0$  dan  $b < 0$ . Prinsip kerja yang harus dijalankan adalah:
  - a. Pasang model pada skala 0 dan *menghadap ke bilangan negatif*.
  - b. Langkahkan model maju sebanyak  $a$  langkah, dan setiap melangkah sebanyak  $b$  skala.
  - c. Kedudukan akhir model menunjukkan hasil perkaliannya.
- 3.  $a \times b$ , dengan  $a < 0$  dan  $b > 0$ . Prinsip kerja yang harus dijalankan adalah:
  - a. Pasang model pada skala 0 dan *menghadap ke bilangan positif*.
  - b. Langkahkan model mundur sebanyak  $a$  langkah, dan setiap melangkah sebanyak  $b$  skala.
  - c. Kedudukan akhir model menunjukkan hasil perkaliannya.
- 4.  $a \times b$ , dengan  $a < 0$  dan  $b < 0$ . Prinsip kerja yang harus dijalankan adalah:
  - a. Pasang model pada skala 0 dan *menghadap ke bilangan negatif*.
  - b. Langkahkan model mundur sebanyak  $a$  langkah, dan setiap melangkah sebanyak  $b$  skala.
  - c. Kedudukan akhir model menunjukkan hasil perkaliannya.

### **3. Tahap Pengenalan Konsep Perkalian dan Pembagian Bilangan Bulat secara Semi**

#### **Konkret atau Semi Abstrak**

Tahap pengenalan konsep secara semi konkret, prosesnya diarahkan pada bagaimana menggunakan garis bilangan. Pada tahap ini penggunaan garis bilangan harus mengacu pada prinsip-prinsip penggunaan garis bilangan secara benar. Prinsipnya, cara kerja pada garis bilangan sama dengan tahap pengenalan perkalian menggunakan balok garis bilangan dalam tahap konkret.

Pada tahap pengenalan secara semi abstrak, sebagai acuan adalah konsep operasi hitung perkalian pada sistem bilangan cacah. Perkalian pada bilangan cacah terdapat sifat-sifat sebagai berikut:

1. Perkalian bilangan bulat positif dengan bilangan bulat positif

Mengalikan bilangan bulat positif dengan bilangan bulat positif tidak ditemukan kendala yang berarti, karena caranya sama seperti melakukan perkalian bilangan cacah dan bilangan asli, yaitu sebagai berikut:

- a.  $3 \times 6 = 6 + 6 + 6 = 18$
- b.  $6 \times 3 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3$
- c.  $4 \times 5 = 5 + 5 + 5 + 5 = 20$
- d.  $5 \times 4 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4$

Hasil perkalian dua bilangan bulat positif di atas tentu saja berupa bilangan bulat positif pula.

2. Perkalian bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif

Di atas telah dijelaskan bahwa  $3 \times 6$  sama artinya dengan penjumlahan berulang terhadap bilangan 6 sebanyak 3 kali. Selanjutnya dengan menggunakan pengertian tersebut, kita akan menyelesaikan masalah berikut ini:

- a.  $3 \times (-7) = (-7) + (-7) + (-7) = -21.$
- b.  $4 \times (-3) = (-3) + (-3) + (-3) = -12.$
- c.  $2 \times (-8) = (-8) + (-8) = -16.$

Dari penjabaran penyelesaian perkalian di atas, memberi petunjuk kepada kita bahwa “hasil kali bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif menghasilkan bilangan bulat negatif.”

3. Perkalian bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif

Prinsip penjumlahan berulang tidak dapat digunakan di sini, dan penggunaan sifat komutatif perkalian juga belum bisa dijadikan sebagai alternatif penyelesaian

karena siswa belum mengenal sifatsifat perkalian pada bilangan bulat. Oleh karena itu cara berikut ini dapat dijadikan sebagai alternatif penyelesaian:

	$5 \times 5 = 25$	
Berkurang 1	$4 \times 5 = 20$	Berkurang 5
Berkurang 1	$3 \times 5 = 15$	Berkurang 5
Berkurang 1	$2 \times 5 = 10$	Berkurang 5
Berkurang 1	$1 \times 5 = 5$	Berkurang 5
Berkurang 1	$0 \times 5 = 0$	Berkurang 5
Berkurang 1	$-1 \times 5 = \dots$	Berkurang 5
Berkurang 1	$-2 \times 5 = \dots$	Berkurang 5
Berkurang 1	$-3 \times 5 = \dots$	Berkurang 5

Dengan memperhatikan pola atau aturan yang terlihat di sebelah kiri dan di sebelah kanan bilangan yang dikalikan, dapat ditentukan hasil kali bilangan yang ada di bawah garis putus-putus.  $(-1) \times 5 = (5)$ , didapat dari hasil kali bilangan di atasnya, yaitu 0 dikurangi 5.  $(-2) \times 5 = (-10)$  didapat dari hasil kali bilangan di atasnya, yaitu  $(-5)$  dikurangi 5.

Dan seterusnya jika perkalian diteruskan maka akan selalu didapatkan bilangan bulat negatif. Dari pola tersebut, maka dapat ditarik kesimpulan bahwa “hasil kali bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif adalah bilangan bulat negatif.”

#### 4. Perkalian bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat negatif

Menggunakan aturan dan pola seperti pada pola perkalian pada saat menentukan hasil perkalian antara bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif, maka kita dapat menyelesaikan perkalian antara bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat negatif sebagai berikut:

$4 \times (-2)$	$= \dots$
$3 \times (-2)$	$= \dots$
$2 \times (-2)$	$= \dots$
$1 \times (-2)$	$= \dots$
$0 \times (-2)$	$= \dots$
$(-1) \times (-2)$	$= \dots$
$(-2) \times (-2)$	$= \dots$
$(-3) \times (-2)$	$= \dots$

Lengkaplah semua permasalahan perkalian yang mungkin pada bilangan bulat, sehingga dengan mudah kita dapat menghitung hasil kali sebarang dua bilangan bulat, dan selanjutnya dapat disimpulkan bahwa:

Bilangan bulat positif  $\times$  bilangan bulat positif = bilangan bulat positif

Bilangan bulat positif  $\times$  bilangan bulat negatif = bilangan bulat negatif

Bilangan bulat negatif  $\times$  bilangan bulat positif = bilangan bulat negatif  
Bilangan bulat negatif  $\times$  bilangan bulat negatif = bilangan bulat positif

#### 4. Operasi Pembagian pada Bilangan Bulat

Operasi pembagian pada bilangan bulat pada dasarnya sama dengan mencari faktor (bilangan) yang belum diketahui. Bentuk pembagian dapat dimaknai sebagai bentuk operasi perkalian dengan salah satu faktornya belum diketahui. Contohnya, jika dalam bentuk perkalian  $3 \times 4 = n$ , maka tentu saja nilai  $n = 12$ . Dalam pembagian permasalahan seperti itu dapat dinyatakan dalam bentuk:  $12 : 3 = n$  atau  $12 : 4 = n$ . Dari bentuk ini, kira-kira bagaimana menentukan nilai  $n$ ? ☺

Seperti halnya operasi hitung pada bilangan bulat yang lain baik penjumlahan, pengurangan maupun perkalian, pada pembagian pada tahap pengenalan konsep secara konkret juga dapat didekati dengan menggunakan alat peraga berupa garis bilangan.

Prinsip kerja yang dilakukan pada proses pembagian adalah: untuk menuju bilangan yang akan dibagi (misalnya  $a$ ) dengan skala sebesar bilangan pembaginya (misal  $b$ ), berapa langkahkah kita dapat menjalankan model, baik maju maupun mundur agar dapat sampai ke bilangan  $a$ .

Posisi awal model tergantung pada bilangan pembaginya. Bila bilangan pembaginya merupakan bilangan positif ( $b > 0$ ), maka posisi awal model menghadap ke bilangan positif. Sebaliknya, jika bilangan pembaginya merupakan bilangan negatif ( $b < 0$ ), maka posisi awal model menghadap ke bilangan negatif.

Bilangan hasil baginya ditentukan dari jumlah langkah, sedangkan jenis bilangan ditentukan oleh gerakan maju atau mundurnya model. Bila model bergerak maju dengan jumlah langkah tertentu, maka hasil baginya merupakan bilangan positif yang besarnya

sesuai dengan jumlah langkah yang terjadi. Selanjutnya, bila model bergerak mundur dengan jumlah langkah tertentu, maka hasil baginya merupakan bilangan negatif yang besarnya sesuai dengan langkah yang terjadi. Untuk lebih jelasnya, perhatikan contoh berikut ini:

a.  $-6 : 2 = \dots$

1. Bilangan pembagi lebih dari 0 ( $b > 0$ ), berarti posisi awal model menghadap ke bilangan positif pada skala nol.
2. Untuk sampai ke bilangan -6 model bergerak mundur sebanyak 3 langkah dengan masing-masing langkah sebanyak 2 skala (bilangan pembaginya 2).
3. Hasil bagi dari  $-6 : 2 = -3$  (diperlihatkan oleh mundurnya model sebanyak 3 langkah).

b.  $-6 : (-2) = \dots$

1. Bilangan pembagi adalah negatif ( $b < 0$ ), artinya posisi awal model menghadap ke bilangan negatif pada skala 0.
2. Untuk sampai ke bilangan -6 model bergerak maju sebanyak 3 langkah dengan masing-masing langkah sebanyak 2 skala (bilangan pembaginya adalah -2).
3. Hasil bagi dari  $-6 : (-2) = 3$  (diperlihatkan oleh majunya model sebanyak 3 langkah).

Prinsip kerja yang harus diperhatikan pada penggunaan garis bilangan ini sebenarnya sama dengan saat kita menggunakan alat peraga balok garis bilangan. Dalam tahap pengenalan konsep secara semi konkret maupaun secara abstrak dapat dilakukan hal yang sama dengan operasi hitung sebelumnya.

Demikian uraian singkat bagaimana menanamkan konsep operasi hitung pembagian bilangan bulat dalam tahap konkret dan semi konkret.

### C. Rangkuman

1. Operasi hitung perkalian tidak lain adalah operasi hitung penjumlahan yang dilakukan secara berulang-ulang.
2. Operasi hitung pembagian pada dasarnya adalah proses pencarian faktor yang belum diketahui dari suatu perkalian.

### D. Latihan Soal

**Petunjuk:** Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai konsep

**penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat, kerjakanlah latihan berikut.**

1. Bila model yang dipasang pada skala 0 dan menghadapke bilangan negatif, kemudian dilangkahkan mundur 3 kali dengan setiap langkah 4 skala, maka peragaan ini menunjukkan operasi hitung ....  
A.  $(-3) \times (-4)$  C.  $3 \times (-4)$   
B.  $-4 \times (-3)$  D.  $(-4) \times 3$
2. Berikut ini yang merupakan pernyataan salah adalah:  
A.  $12 : (-3) = -4$  C.  $(-11) \times 3 = -33$  B.  $(-15) : (-5) = 3$  D.  $(-3) \times (-7) = -21$
3. Bentuk  $64 : (-16) = \dots$  sama dengan bentuk ....  
A.  $\dots \times (-16) = 64$  C.  $(-64) : 16 = \dots$   
B.  $(-16) : \dots = 64$  D.  $(-16) \times 4 = \dots$
4. Berikut ini pernyataan yang salah adalah ....  
A.  $0 : 10 = 0$  C.  $0 : (-9) = 0$   
B.  $1 : 0 = \text{TM}$  D.  $12 : 0 = 4$
5.  $15 \times \dots = -75$   
A.  $(-75) : 15$  C.  $15 \times (-5)$   
B.  $15 : (-75)$  D.  $(-75) \times 5$

**E. Kunci Jawaban: ADADA**





## **Kegiatan Belajar 5**

### **Pembelajaran Bilangan Rasional**

#### **A. Tujuan Pembelajaran**

Kegiatan Belajar kelima membahas tentang Pembelajaran Bilangan Rasional, penjabarannya adalah operasi bilangan rasional, kesulitan siswa belajar tentang bilangan rasional, dan pembelajaran bilangan rasional. Materi dalam modul ini bukanlah barang baru buat Anda, semoga Anda tidak menemui kendala dalam upaya memahami isi modul lima ini.

Setelah menyelesaikan modul ini, diharapkan mahasiswa memiliki kemampuan sebagai berikut

1. Dapat menjelaskan makna bilangan rasional,
2. Dapat mengidentifikasi macam dan ragam kesulitan yang sering dihadapi oleh siswa ketika belajar tentang bilangan rasional,
3. Dapat menerapkan strategi pembelajaran bilangan rasional yang tepat dan realistis,
4. Dapat mengenal dan memilih bahan manipulatif yang dapat digunakan ketika mengajar konsep bilangan Bilangan Rasional.

#### **B. Uraian Materi**

##### **1. Definisi Bilangan Rasional**

Bilangan rasional atau yang lebih sering dikenal dengan bilangan pecahan menjadikan permasalahan tersendiri, baik bagi guru maupun bagi siswa. Guru merasa sudah menemui banyak kesulitan ketika mengajarkan konsep bilangan bulat apalagi harus menyampaikan konsep tentang bilangan pecahan.

Sudah banyak dicoba berbagai cara dan alat peraga yang digunakan oleh guru ketika membelajarkan konsep bilangan rasional, tetapi yang perlu ditengok lagi, sudah tepatkah prinsip yang digunakan? Sudah sesuaikah alat peraga beserta prinsip penggunaannya? Apakah prinsip penggunaan alat peraganya dapat digeneralisasi untuk setiap permasalahan pembelajaran pada bilangan rasional? Pertanyaan-pertanyaan semacam ini akan muncul dengan sendirinya ketika kita sudah tahu ternyata banyak ditemukan miskonsepsi pada pembelajaran bilangan bulat menggunakan alat peraga manik-manik dan garis bilangan.

Berikut ini akan disampaikan tentang bilangan rasional meliputi sifat bilangan rasional, kesulitan siswa dalam memahami bilangan rasional serta pola pengembangan dan pembelajaran yang sesuai untuk membantu mengatasi kesulitan siswa.

## **2. Operasi Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Rasional**

Pembahasan tentang bilangan bulat tentu saja belum cukup untuk memenuhi berbagai kebutuhan, keperluan, dan kepentingan sehari-hari manusia. Menyatakan banyaknya bagian dari suatu keseluruhan, menyatakan banyaknya beberapa benda dari sejumlah benda, menyatakan hasil pengukuran baik panjang, berat, waktu, luas, isi, dll, adalah sedikit dari banyak hal yang berkaitan dengan ketidakberdayaan bilangan bulat ketika berhadapan dengan permasalahan semua itu.

Keperluan akan bilangan rasional bahkan sudah diketahui pada awal sejarah peradapan manusia, dan keperluan ini dirasakan mendesak setelah adanya perkembangan di multi disiplin ilmu seperti komunikasi, kehidupan sosial-budaya yang lebih rumit dan serba canggih. Tidak diragukan lagi bahwa manusia memerlukan bilangan-bilangan yang ada di antara 0 dan 1, antara 1 dan 2, dan seterusnya.

Setelah berlangsung selama bertahun-tahun dan bahkan berabad-abad, barulah para ahli matematika menyadari perlunya untuk merumuskan atau menyatakan keperluan bilangan khusus ini disebabkan munculnya kasuskasus sebagai berikut:

1. Terdapat bilangan cacah  $x$  sedemikian sehingga kalimat berikut ini bernilai benar.

$$36 : 9 = x; 42 : 7 = x; 27 : 3 = x,$$

2. Tidak terdapat bilangan cacah  $x$  sedemikian sehingga kalimat berikut ini bernilai benar.

$$3 : 2 = x; 7 : 3 = x; 35 : 8 = x.$$

Untuk menyelesaikan dua tipe permasalahan di atas, para ahli matematika kemudian mengekspansi bilangan cacah dengan mendefinisikan bilangan baru yang dapat digunakan untuk mengganti  $x$  sedemikian sehingga kalimat matematika tersebut menjadi bernilai benar.

Untuk mengganti nilai  $x$  dari sebarang kalimat yang memiliki bentuk  $p : q = x$ , dengan  $p$  dan  $q$  adalah anggota himpunan bilangan cacah dan  $q$  tidak boleh nol, dapat ditulis dalam bentuk  $\frac{p}{q}$  dan bentuk seperti ini yang didefinisikan sebagai pecahan,  $p$  disebut sebagai pembilang (*numerator*) dan  $q$  disebut sebagai penyebut (*denominator*). Bilangan-bilangan yang ditulis dalam bentuk  $\frac{p}{q}$  disebut sebagai bilangan rasional.

$q$

### Definisi 3.1.

Pecahan adalah suatu lambang yang memuat pasangan berurutan bilanganbilangan bulat  $p$  dan  $q$  (dengan syarat  $q \neq 0$ ), ditulis dengan  $\frac{p}{q}$ , untuk menyatakan nilai  $x$  yang memenuhi hubungan  $p : q = x$ .

Dari definisi 3.1. di atas jelas bahwa  $5 : 9 = x$  dipenuhi oleh nilai  $x = \frac{5}{9}$ , yang artinya  $5 : 9 = \frac{5}{9}$ .

**Definisi 3.2.**

Pecahan  $\frac{p}{q}$  sama dengan pecahan  $\frac{r}{s}$ , ditulis  $\frac{p}{q} = \frac{r}{s}$ , jika dan hanya jika  $ps = qr$ .

Dari definisi di atas dapat diketahui bahwa  $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$  sebab  $3 \times 10 = 5 \times 6 = 30$ .

**Definisi 3.3.**

Bilangan rasional adalah bilangan yang dapat dinyatakan sebagai pecahan  $\frac{p}{q}$  dimana  $p$  dan  $q$  disebut sebagai pecahan sederhana karena FPB dari pembilang dan penyebut masing-masing pecahan sama dengan 1.

Mengubah pecahan yang bukan pecahan sederhana menjadi pecahan sederhana disebut menyederhanakan (*simplifying*) pecahan. Penyederhanaan  $\frac{p}{q}$  diselesaikan dengan membagi pembilang ( $p$ ) dan penyebut ( $q$ ) dengan  $(p, q)$ .

Jika  $\frac{p}{q}$  bukan pecahan sederhana, maka:  $\frac{p}{(p,q)}$  adalah pecahan sederhana karena

$$\frac{p}{(p,q)} \cdot \frac{q}{(p,q)} = 1.$$

Contoh 3.1  $\frac{4}{6}$  bukan pecahan sederhana karena  $(4, 6) = 2$ , maka

$$\left( \frac{4}{(4,6)}, \frac{6}{(4,6)} \right) = \left( \frac{4}{2}, \frac{6}{2} \right) = (2, 3) = 1$$

Dan  $\frac{\frac{4}{(4,6)}}{\frac{6}{(4,6)}} = \frac{\frac{4}{2}}{\frac{6}{2}} = \frac{2}{3}$  adalah pecahan sederhana.

Suatu pecahan sederhana  $\frac{p}{q}$  dapat diubah atau dibuat menjadi pecahan yang lain yang senilai. Pengubahan dapat dilakukan dengan cara mengalikan pembilang dan penyebut dengan sebarang bilangan yang sama.

Misalnya untuk semua bilangan bulat  $p$ ,  $q$ , dan  $r$ , dengan  $q \neq 0$ ,  $r \neq 0$ , maka berlaku:

$$\frac{p}{q} = \frac{p \times r}{q \times r}$$

Contoh

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}, \frac{3}{4} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20}, \text{ dsb.}$$

### 3. Kesulitan Belajar dalam Pembelajaran Bilangan Rasional di SD/MI

Tidaklah mudah membuat siswa memahami konsep bilangan rasional atau bilangan pecahan. Oleh karena itu sangat disarankan para guru untuk menggunakan media atau alat peraga serta benda-benda manipulatif dikombinasikan dengan kondisi realistik di sekitar siswa. Menggunakan alat peraga serta benda-benda manipulatif diharapkan siswa dapat memanipulasi sendiri untuk memahami konsep dan makna, sehingga mereka akan lebih mendalami dan menghayati konsep yang sedang dipelajarinya.

Konsep pecahan adalah konsep yang sangat penting untuk dipelajari karena sebagai bekal untuk mempelajari konsep matematika berikutnya. Selama ini banyak guru yang cenderung menggunakan cara yang mekanistik, yaitu cara yang diberikan dengan dihafal, diingat dan diterapkan tanpa tahu makna dan manfaatnya. Hal ini pula yang menjadi penyebab siswa kesulitan mempelajari konsep pecahan. Berikut ini kami paparkan beberapa kesulitan siswa dan alternatif cara meminimalisir kesulitan tersebut.

1. Siswa tidak mengerti makna pecahan  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{3}$ , dan  $\frac{3}{4}$

Prinsip pecahan sebenarnya adalah menyatakan bagian dari sejumlah sesuatu, yang perlu ditekankan adalah konsep keseluruhan sebagai satuan dan konsep sama. Keduanya dapat dikaitkan dengan panjang, luas, volume, dan lain-lain. Siswa diberikan kesempatan seluas-luasnya untuk memahami makna pecahan dengan berinteraksi sendiri dengan media dan bahan manipulatif:

- a. Masing-masing siswa diberikan satu lembar kertas dan diminta melipatnya sesuai dengan keinginan masing-masing. Siswa diberi kesempatan untuk membuka dan menutup lipatan kertas masing-masing dan menemukan lebih dari satu macam bentuk lipatan.
  - b. Setelah siswa menemukan beberapa bentuk/macam lipatan, guru memberikan definisi setengah, sepertiga, seperempat, dua pertiga, dan lain-lain.
  - c. Untuk mengekskan pengetahuan siswa tentang pecahan, berikutnya diberikan bermacam-macam bentuk kertas (misalnya kertas berbentuk persegi/bujur sangkar, persegi panjang, lingkaran, segitiga, dsb). Berikan kesempatan kepada siswa untuk menceritakan hasil lipatannya, dan memberikan arsiran untuk menyatakan 1 lipatan dari 4 lipatan dan sebagainya dari bermacam-macam bentuk kertas tadi.
2. Siswa kesulitan memahami perkalian antara bilangan asli dengan bilangan pecahan
- Guru dapat menggunakan kertas karton yang diberikan ilustrasi pada kertas karton tersebut ukuran satu, setengah, sepertiga, seperempat, seperlima, dan seterusnya sampai dengan sepersepuluh.

$\frac{1}{1}$									
$\frac{1}{2}$					$\frac{1}{2}$				
$\frac{1}{3}$			$\frac{1}{3}$			$\frac{1}{3}$			
$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$			$\frac{1}{4}$		
$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$	
$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$	
$\frac{1}{7}$		$\frac{1}{7}$		$\frac{1}{7}$		$\frac{1}{7}$		$\frac{1}{7}$	
$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$	
$\frac{1}{9}$		$\frac{1}{9}$		$\frac{1}{9}$		$\frac{1}{9}$		$\frac{1}{9}$	
$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$	

Dari potongan-potongan karton di atas siswa diharapkan dapat menemukan fakta-fakta bilangan pecahan sebagai berikut:

- 3 dari 4 potongan yang sama nilainya dengan tiga perempat, masingmasing bernilai satu per empat.
  - 5 dari 7 potongan sama nilainya dengan bentuk penjumlahan berulang seper tujuh sebanyak 7 kali. Dst.
3. Siswa mengalami kesulitan dalam memahami pecahan senilai.

Untuk mengatasi keadaan ini, dapat tetap digunakan kertas karton pada poin dua di atas. Dari potongan-potongan karton tersebut, siswa diajak untuk menemukan fakta-fakta sebagai berikut:

- Karton dengan nilai dua per empat tepat dapat menutup karton dengan nilai setengah.
- Karton dengan nilai tiga per enam tepat dapat menutup karton dengan nilai dua per empat.
- Karton dengan nilai lima per sepuluh tepat dapat menutup karton dengan nilai empat per delapanan.



Siswa diajak bersama-sama menekukan proses seperti poin a, b, dan c, dengan cara memanipulasikan potongan-potongan tersebut agar saling menutup agar menjadi sama panjang. Berdasarkan fakta-fakta yang ditemukan atau kasus yang diselesaikan bersama, para siswa diharapkan dapat menemukan pola sehingga mereka sampai pada kesimpulan:

$$\frac{1}{p} = \frac{1 \times q}{p \times q} = \frac{q}{pq}.$$

Dengan demikian, siswa mengetahui bahwa perkalian oleh bilangan yang sama terhadap pembilang maupun penyebut suatu bilangan pecahan akan menghasilkan bilangan pecahan senilai.

4. Siswa mengalami kesulitan membandingkan dan mengurutkan pecahan.

Kesulitan ini dapat diselesaikan dengan menggunakan potongan-potongan karton seperti pada poin 2. Langkah yang dapat ditempuh antara guru dan siswa adalah sebagai berikut:

- a. Ambillah dua buah potongan karton bernilai satuan. Karton pertama dibagi menjadi dua bagian, satu bagiannya diarsir. Karton kedua dibagi menjadi tiga bagian yang sama, dan satu bagian yang paling kiri diarsir. Setelah itu dua karton tadi diletakkan berjajar atas dan bawah, akan terlihat bahwa daerah terarsir setengah lebih banyak daripada sepertiga.

1		
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

Guru dapat memberikan kasus serupa dengan beda permasalahan, kemudian guru dapat menanamkan kepada siswa agar dapat mengenal pola atau aturan yang benar bilangan pecahan mana yang kurang dari atau yang lebih dari bilangan pecahan yang lain.

Cara lain yang lebih abstrak dapat diberikan dengan menggunakan garis bilangan, yaitu dengan meletakkan bilangan-bilangan yang akan dibandingkan pada garis bilangan tersebut. Dari kegiatan ini diharapkan siswa menjadi semakin paham posisi bilangan-bilangan pecahan yang satu dengan yang lain.

5. Siswa mengalami kesulitan untuk mencari hasil pembagian bilangan pecahan.

a. Pembagian  $1 : \frac{1}{2}$ ,  $1 : \frac{1}{3}$ ,  $1 : \frac{1}{4}$ , dan seterusnya.

Mencari hasil bagi dari  $1 : \frac{1}{2}$ , sama artinya dengan mencari banyaknya nilai perdua (tengahan) dalam satu satuan. Dengan kata lain ada beberapa nilai perdua dalam satu satuan. Jika diperagakan dengan karton perdua dapat dilihat pada gambar

berikut ini.



Gambar 3.3

Pada gambar 3.3 terlihat bahwa ada dua buah karton perdua dalam satu satuan.

Maka dapat disimpulkan bahwa  $1 : \frac{1}{2} = 2$ . Cara yang sama dapat dilakukan untuk mencari selesaian  $1 : \frac{1}{3}$ ,  $1 : \frac{1}{4}$ , dan masalah lain yang serupa.

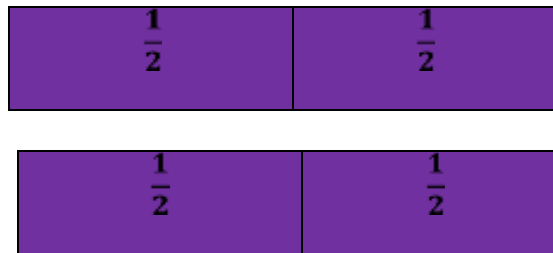
6. Siswa mengalami kesulitan untuk menyelesaikan hasil bagi  $2 : \frac{1}{2}$ ,  $2 :$

$\frac{1}{3}$ ,  $3 : \frac{1}{4}$ ,  $4 : \frac{1}{5}$  dan lain-lain.

Langkah-langkah penyelesaian yang dapat dilakukan adalah sebagai berikut:

Menyelesaikan masalah  $2 : \frac{1}{2}$ .

$2 : \frac{1}{2}$ , artinya sama dengan mencari banyaknya nilai perdua (tengahan) dalam dua satuan, hal ini dapat ditunjukkan dengan dua buah potongan karton satuan sebanyak dua buah. Masing-masing karton memuat dua potongan perdua.



Gambar 3.2

Pada gambar 3.4 terlihat bahwa terdapat 4 buah karton tengahan dalam 2 satuan. Hal ini menunjukkan bahwa :

$$2 : \frac{1}{2} = 2 \times \left(1 : \frac{1}{2}\right) = 2 \times 2 = 4.$$

Cara yang sama dapat dilakukan pada masalah berikutnya. Diskusikan dengan teman Anda.

7. Siswa mengalami kesulitan untuk menyelesaikan masalah pembagian

$$1 : \frac{2}{3}, 1 : \frac{3}{4}, 2 : \frac{2}{3}, 3 : \frac{3}{4}, \text{ dan lain-lain.}$$

Pada prinsipnya aturan untuk menyelesaikan pembagian seperti poin tujuh sama dengan sebelumnya. Perhatikan langkah-langkah berikut ini: Menjelaskan  $1 : \frac{2}{3}$ , sama artinya dengan mencari banyaknya nilai dua pertigaan dalam satu satuan.

Dari proses sebelumnya, terlihat adanya satu karton dengan nilai dua pertigaan dan sisanya satu buah karton dengan nilai sepertigaan. Sisa sepertigaan itu digunakan sebagai satuan baru, untuk mengetahui seberapa sisa potongan karton tempelkanlah sisa potongan tersebut ke karton satuan sehingga diketahui bahwa nilainya sama dengan setengah.

Jadi  $1 : \frac{2}{3} = 1 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$ .

Bentuk pembagian  $2 : \frac{2}{3}, 3 : \frac{3}{4}$ , dapat diselesaikan dengan prinsip yang sama dengan masalah sebelumnya. Diskusikan dengan teman Anda, jika menemui kesulitan tanyakanlah kepada tutor Anda.

8. Siswa mengalami kesulitan untuk mencari hasil pembagian yang

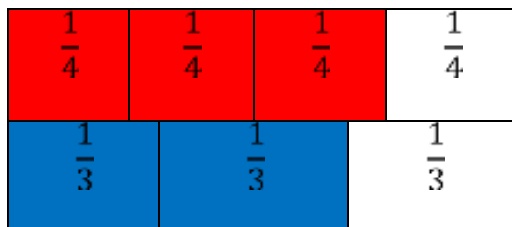
berbentuk  $\frac{3}{4} : \frac{2}{3}$ , dan  $\frac{2}{3} : \frac{3}{8}$ .

Untuk membantu siswa menyelesaikan masalah tersebut, dapat dijelaskan dengan cara sebagai berikut:

Langkah-langkah penyelesaian bentuk pembagian  $\frac{3}{4} : \frac{2}{3}$ .

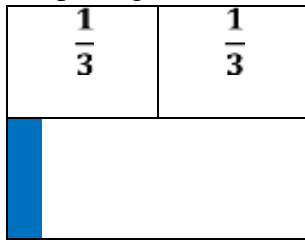
- Ambil dua buah potongan karton (anggap sebagai karton satuan), dan bentuklah masing-masing sesuai dengan besarnya penyebut masing-masing bilangan baik pembagi maupun yang dibagi.

Letakkan secara berdampingan kedua karton satuan tersebut baik yang bernilai  $\frac{3}{4}$  maupun yang bernilai  $\frac{2}{3}$ . Anda akan melihat bahwa daerah  $\frac{3}{4}$  akan lebih besar daripada daerah  $\frac{2}{3}$ .



- Guntinglah daerah yang tidak tersir (yang berwarna putih) sehingga yang tersisa hanya daerah yang berwarna merah ( bernilai tiga per empat) dan daerah yang berwarna biru (bernilai dua per tiga).
- Guntinglah daerah sisa pada tiga per empat yang akan kita cari nilainya terhadap potongan karton yang bernilai dua per tiga.
- Hasil potongan pada langkah (c) diukurkan pada potongan karton dua per tigaan, ternyata pada potongan karton dua pertigaan diperoleh delapan bagian potongan karton

yang diarsir. Jadi potongan karton yang diarsir menyetakan seperdelapan bagian dari nilai potongan karton dua pertigaan, perhatikan gambar berikut ini.



e. Jadi  $\frac{3}{4} : \frac{2}{3} = 1$  potongan karton dua per tigaan ditambah seperdelapan bagian potongan

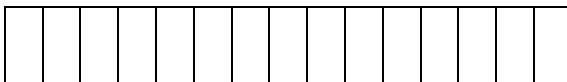
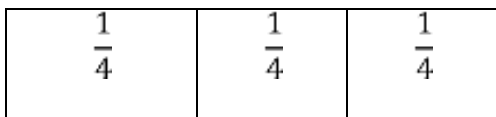
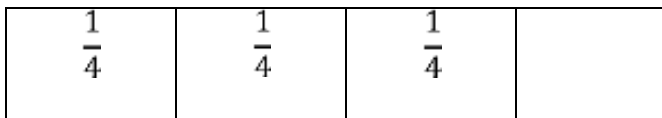
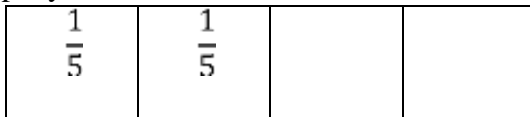
karton dua per tigaan, atau  $\frac{3}{4} : \frac{2}{3} = 1\frac{1}{8}$ .

Dengan langkah yang sama, dapat diselesaikan masalah berikutnya.

Diskusikanlah dengan temanmu.

9. Siswa kesulitan menyelesaikan hasil pembagian yang berbentuk  $\frac{2}{5} : \frac{3}{4}$ .

Penyelesaian terhadap permasalahan pembagian bilangan pecahan  $\frac{2}{5} : \frac{3}{4}$  sama dengan poin 8, perbedaannya terletak pada dari dijumlahkan menjadi dikurangkan. Perhatikan langkah penyelesaian berikut ini.



### C. Rangkuman

1. Pecahan dan operasi aljabar yang menyertainya merupakan salah satu konsep matematika SD/MI yang masih dirasakan sulit oleh siswa, dan masih dirasakan sulit oleh guru dalam upaya untuk menyampaikannya.
2. Menyelesaikan operasi aljabar pada bilangan pecahan harus benar-benar konstruktif, yaitu benar-benar konseptual, bermakna, manipulatif menggunakan benda konkret dan realistik, tidak dapat hanya disampaikan secara mekanistik dengan hafalan, ingatan, dan statis.
3. Penjelasan menggunakan bahan manipulatif sebaiknya diakhiri dengan penyelidikan pola atau aturan umum yang benar.

### D. Latihan Soal

**Petunjuk:** pilih satu jawaban yang paling benar dari alternatif jawaban yang disediakan.

1. Strategi pembelajaran matematika yang direkomendasikan untuk para guru adalah:

- A. Bersifat realistik                      C. Mengacu pada hasil  
B. Paham dengan hafalan                D. Berpusat pada guru

2. Pernyataan berikut yang bernilai benar adalah ....

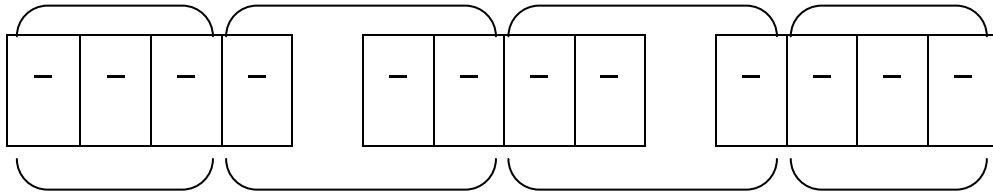
- A.  $\frac{1}{q} + \frac{1}{q} = \frac{1}{p+q}$                       C.  $\frac{p}{q} + \frac{r}{s} = \frac{p+r}{qs}$   
B.  $\frac{p}{q} - \frac{r}{s} = \frac{ps-qr}{qs}$                       D.  $\frac{t}{u} - \frac{r}{s} = \frac{t}{u} \times \frac{r}{s}$

3. Perhatikan gambar di bawah ini:

$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
---------------	---------------	---------------

- A.  $3 \times \frac{1}{3} = 1$                       C.  $1 : \frac{1}{3} = 3$   
B.  $1 : 3 = \frac{1}{3}$                       D.  $\frac{1}{3} \times 1 = 3$

4. Perhatikan gambar berikut ini:



Peragaan di atas menyatakan operasi hitung:

A.  $3 : \frac{3}{4} = 4$

C.  $3 : \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

B.  $\frac{1}{4} \times 1 = 4$

D.  $3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

5. Perhatikan gambar berikut ini:

$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$

Peragaan di atas dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah berikut

ini:

A.  $\frac{7}{5} : \frac{1}{3}$

C.  $\frac{7}{5} \times \frac{1}{3}$

B.  $\frac{1}{3} : \frac{7}{5}$

D.  $\frac{1}{3} \times \frac{7}{5}$

**E. Kunci Jawaban: ABCAD**

## **Kegiatan Belajar 6**

### **Pembelajaran Bilangan Desimal**

#### **A. Tujuan Pembelajaran**

Kegiatan belajar ke-6 ini membahas tentang pembelajaran bilangan desimal (persen, rasio, dan proporsi) beserta kesulitan belajar siswa. Materi yang ada dalam modul ini diajarkan pada kelas V SD/MI dan materi ini bukan barang baru bagi guru, sehingga diharapkan Anda tidak mengalami kesulitan dalam mempelajari dan mengkaji isi modul ini.

Modul ini akan mempelajari tentang bilangan desimal (desimal, persen, serta pola pengembangan dan pembelajaran yang sesuai untuk membantu mengatasi kesulitan yang dihadapi oleh siswa. Setelah belajar materi tentang desimal diharapkan Anda akan memiliki kemampuan sebagai berikut:

1. Mengganti bilangan pecahan biasa menjadi pecahan desimal
2. Mengganti bilangan desimal biasa menjadi pecahan biasa
3. Menyebutkan desimal berakhir dan desimal berulang
4. Menyatakan notasi ilmiah baku bilangan desimal
5. Menyebutkan semua cara memperoleh nilai pendekatan
6. Menjelaskan makna dan hubungan antara persen, desimal, pecahan, dan perseratus
7. Menyatakan suatu pecahan menjadi desimal dan persen, dan sebaliknya.

#### **B. Uraian Materi**

##### **1. Definisi Bilangan Desimal**

Mempelajari bilangan desimal atau bilangan pecahan desimal memang perlu memahami nilai tempat dan arti dari penulisan bilangan pecahan desimal. Perhatikan bilangan-bilangan pecahan yang penyebutnya



mempunyai kelipatan sepuluh sebagai berikut:  $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}, \frac{1}{10000}$ .

Bilangan –bilangan itu jika ditulis dalam bentuk pecahan desimal, maka dapat ditulis dalam bentuk berikut: 0,1; 0,01; 0,001; 0,0001.

Sistem numerasi desimal adalah sistem numerasi yang berbasis sepuluh, artinya bilangan 10 yang dipakai sebagai acuan pokok dalam melambangkan dan menyebut bilangan. Sistem numerasi desimal diperkirakan berasal dari sistem Hindu-Arab, berawal dari India sekitar tahun 300 S.M.. kemudian ilmu ini berkembang di wilayah Timur Tengah (Baghdad) sekitar tahun 750sebelum pada abad ke-8 berkembang di Spanyol dan kemudian Eropa.

Bentuk panjang dari bilangan pecahan desimal 3, 14 dapat ditulis dalam bentuk berikut:

$$(3 \times 1) + (1 \times \frac{1}{10}) + (4 \times \frac{1}{100}).$$

## 2. Mengubah Penulisan Bilangan Pecahan Desimal dari Bentuk Biasa ke Desimal dan Sebaliknya

Mengubah penulisan bilangan pecahan dari bentuk pecahan biasa ke bentuk pecahan desimal dapat dilakukan dengan dua cara,yaitu: (1) menggunakan bilangan pecahan senilai dengan penyebut berkelipatan 10, (2) menggunakan cara pembagian porogapit (cara panjang).

Perhatikan contoh

berikut:

- a. Ubahlah bilangan  $\frac{3}{8}$  menjadi bentuk pecahan desimal. Penyelesaian

$$\frac{3}{8} = \frac{3}{8} \times \frac{125}{125} = \frac{375}{1000} = 0,375.$$

- b. Ubahlah bilangan  $\frac{2}{5}$  menjadi bentuk pecahan desimal.

Penyelesaian

$$\frac{2}{5} = \frac{2}{5} \times \frac{2}{2} = \frac{4}{10} = 0,4$$

- c. Ubahlah bilangan  $6\frac{3}{25}$  menjadi bentuk pecahan desimal.

Penyelesaian

$$6\frac{3}{25} = 6 + \frac{3}{25} \times \frac{4}{4} = 6 + \frac{12}{100} = 6 + 0,12 = 6,12$$

Untuk mengubah penulisan bilangan pecahan dari bentuk pecahan biasa ke bentuk pecahan desimal menggunakan cara (2), perhatikan langkah berikut ini:

- a. Ubahlah pecahan  $\frac{2}{5}$  ke dalam bentuk pecahan desimal.

Penyelesaian:

$$\begin{array}{r} 0,4 \\ 5 \overline{) 2} \\ \underline{0} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

Jadi  $\frac{2}{5} = 0,4$

- b. Ubahlah pecahan  $\frac{9}{4}$  menjadi bentuk pecahan desimal.

Penyelesaian:

$$\begin{array}{r}
 2,25 \\
 4 \overline{) 9} \\
 \underline{8} \phantom{0} \\
 10 \\
 \underline{8} \\
 20 \\
 \underline{20} \\
 0
 \end{array}$$

Jadi  $\frac{9}{4} = 2,25$

### 3. Mengubah Penulisan Bilangan Pecahan dari Bentuk Desimal ke Pecahan Biasa

Mengubah penulisan bilangan pecahan dari bentuk pecahan desimal menjadi bentuk bilangan pecahan biasa dapat dilakukan dengan memperhatikan bilangannya. Jika bilangan yang ditulis sebagai pecahan desimal itu memuat sejumlah bilangan yang berhingga, maka kita dapat memanfaatkan sistem nilai tempat, sedangkan jika bilangan yang ditulis sebagai pecahan desimal itu memuat sejumlah bilangan yang tidak berhingga tetapi berulang, maka kita harus memanipulasi bilangan itu sehingga bentuk pecahan desimalnya diperoleh. Lebih jelasnya dapat diperhatikan contoh berikut:

Ubahlah bilangan-bilangan berikut ke dalam bentuk bilangan pecahan desimal.

- 0,954
- 5,06
- 2,121212 . . .

Penyelesaian:

$$a. \quad 0,954 = 0 + \frac{9}{10} + \frac{5}{100} + \frac{4}{1000} = \frac{900}{1000} + \frac{50}{1000} + \frac{4}{1000} = \frac{954}{1000}$$

$$b. \quad 5,06 = 5 + \frac{0}{10} + \frac{6}{100} = \frac{500}{100} + \frac{0}{100} + \frac{6}{100} = \frac{506}{100}$$

$$c. \quad 1,121212 \dots$$

$$\text{Misal } n = 1,121212\dots$$

$$100n = 112,121212\dots$$

$$n = 1,121212\dots$$

---

$$99n = 111$$

$$n = \frac{111}{99}$$

$$\text{dengan demikian, } 1,121212\dots = \frac{111}{99}$$

$$1,121212\dots = \frac{99+2}{99} = \frac{99}{99} + \frac{2}{99} = 1 + \frac{2}{99} = 1\frac{2}{99}$$

#### 4. Operasi pada Bilangan Pecahan Desimal

Pada bahasan sebelumnya, kita telah belajar tentang operasi aljabar pada bilangan bulat dan bilangan rasional. Pemahaman tentang operasi pada bilangan cacah dan konsep bilangan pecahan desimal akan sangat membantu kita dalam mempelajari prosedur operasi pada bilangan pecahan desimal. Beberapa operasi aljabar pada bilangan pecahan desimal akan dibahas dalam modul ini, yaitu operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian.

##### a. Operasi Penjumlahan dan Pengurangan pada bilangan pecahan desimal

Operasi penjumlahan dan pengurangan pada bilangan pecahan desimal dapat dilakukan dengan memanfaatkan masalah nilai tempat. Lebih jelasnya dapat dilihat pada contoh berikut.

$$1). \quad 0,412 + 0,543 = \dots$$

$$2). 1,378 + 0,123 = \dots$$

$$3). 0,786 - 0,564 = \dots$$

$$4). 3,762 - 2,547 = \dots$$

Penyelesaian:

$$1). 0,412 = 0 + 0,4 + 0,01 + 0,002$$

$$0,543 = 0 + 0,5 + 0,04 + 0,003 \quad +$$

---


$$= 0 + 0,9 + 0,05 + 0,005$$

$$= 0 + 0,900 + 0,050 + 0,005$$

$$= 0,955$$

Jika menggunakan sistem nilai tempat, prosedur penyelesaiannya dapat dinyatakan dengan lebih eksplisit. Perhatikan langkah penyelesaian berikut ini:

Satuan	Perpuluhan	Peratusan	Perribuan
0	4	1	2
0	5	4	3
0	9	5	5
			+

Jadi,  $0,412 + 0,543 = 0,955$

Cara lain yang dapat digunakan adalah:

$$0,412$$

$$0,543 \quad +$$

---


$$0,005 \quad (2 \text{ perribuan} + 3 \text{ perribuan})$$

$$0,050 \quad (1 \text{ peratusan} + 4 \text{ peratusan})$$

$$0,900 \quad (4 \text{ perpuluhan} + 5 \text{ perpuluhan})$$

$$0,000 \quad (0 \text{ satuan} + 0 \text{ satuan})$$

---


$$0,955$$

Cara berikut ini yang paling sering digunakan oleh guru ketika mengajarkan konsep pejumlahan bilangan pecahan desimal:

$$\begin{array}{r}
 0,412 \\
 0,543 \quad + \\
 \hline
 0,955
 \end{array}$$

2).  $1,378 = 1 + 0,3 + 0,07 + 0,008$

$$\begin{array}{r}
 0,123 = 0 + 0,1 + 0,02 + 0,003 \quad + \\
 \hline
 = 1 + 0,4 + 0,09 + 0,01 \\
 = 1,501
 \end{array}$$

Menggunakan cara di atas, siswa akan dibuat bingung dengan masalah  $0,008 + 0,003 = 0,011$ , mengapa bukan  $0,008 + 0,003 = 0,00011$ ? Untuk menjawab permasalahan tersebut, akan lebih jelas jika digunakan sistem nilai tempat berikut ini:

Satuan	Perpuluhan	Peratusan	Peribuan
1	3	7	8
0	1	2	3 +
1	4	9	11

Dengan sistem pengelompokan kembali (11 perribuan = 1 peratusan + 1 peribuan), tabel di atas dapat diubah menjadi sebagai berikut:

Satuan	Perpuluhan	Peratusan	Peribuan
1	3	7	8
0	1	2	3 +
1	4	10	1

Dengan sistem pengelompokan kembali (10 peratusan = 1 perpuluhan), tabel di atas dapat diubah menjadi sebagai berikut:

Satuan	Perpuluhan	Peratusan	Peribuan
1	3	7	8
0	1	2	3 +
1	5	0	1

Jadi,  $1,378 + 0,123 = 1,501$ .

Cara lain yang dapat pula digunakan guru ketika mengajarkan konsep penjumlahan bilangan pecahan desimal adalah sebagai berikut:

$$\begin{array}{r}
 0,123 \quad +
 \end{array}$$

$$1,378 \quad (8 \text{ perribuan} + 3 \text{ perribuan})$$

$$0,090 \quad (7 \text{ peratusan} + 2 \text{ peratusan})$$

$$0,486 \quad (11) = 1,4 \quad (10) + 1 \text{ perribuan} + 1 \text{ perpuluhan}$$

$$\text{Jadi } 1,378 + 0,123 = 1,501$$

Cara cepat yang sering digunakan oleh guru ketika mengajarkan konsep penjumlahan biangan pecahan desimal adaah sebagai berikut:

$$1,378$$

$$0,123 \quad +$$

$$\hline$$

$$1,49(11) = 1,4(10)1 = 1,501$$

$$\text{Jadi } 1,378 + 0,123 = 1,501$$

$$3). 0,786 = 0 + 0,7 + 0,08 + 0,006$$

$$0,564 = 0 + 0,5 + 0,06 + 0,004 \quad -$$

$$\hline$$

$$= 0 + 0,2 + 0,002 + 0,002$$

$$= 0,222$$

$$\text{Jadi, } 0,786 - 0,564 = 0,222.$$

Cara berikutnya adalah dengan menggunakan sistem nilai tempat sehingga dapat dinyatakan secara lebih eksplisit, dapat diperhatikan sebagai berikut:

Satuan	Perpuluhan	Peratusan	Peribuan
0	7	8	6
0	5	6	4
0	2	2	2

$$\text{Jadi, } 0,786 - 0,564 = 0,222.$$

Cara lain yang dapat digunakan dalam operasi pengurangan bilangan pecahan desimal adalah sebagai berikut:

$$0,786$$

$$0,564 \quad - \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$0,002 \quad (6 \text{ perribun} - 4 \text{ perribun})$$

$$0,02^1 \quad (8 \text{ peratusan} - 6 \text{ peratusan})$$

$$0,20^2 \quad (7 \text{ perpuluhan} - 5 \text{ perpuluhan})$$

$$0,0^30 \quad + \quad (0 \text{ satuan} - 0 \text{ satuan})$$

$$\underline{0,222}$$

$$4). 3,672 = 3 + 0,6 + 0,07 + 0,002 = 3 + 0,7 + 0,05 + 0,12$$

$$2,547 = 2 + 0,5 + 0,04 + 0,007 = 2 + 0,5 + 0,04 + 0,007 \quad -$$

$$= 1 + 0,2 + 0,01 + 0,005$$

$$^1 0,222$$

Sedangkan berikut ini cara cepat yang sering diberikan oleh guru kepada siswanya ketika mengajarkan konsep pengurangan bilangan pecahan desimal:

$$^2,786$$

$$^3 0,564 \quad -$$



$$= 1,215$$

Jadi,  $3,762 - 2,547 = 1,215$ .

Menggunakan cara sistem nilai tempat dapat diperhatikan sebagai berikut:

Satuan	Perpuluhan	Peratusan	Peribuan
3	7	6	2
2	5	4	7
			—

Karena  $2 - 7$  tidak menghasilkan bilangan cacah, maka harus dibuat pengelompokan kembali, sehingga tabel di atas berubah menjadi sebagai berikut:

Satuan	Perpuluhan	Peratusan	Peribuan
3	7	6	2
2	5	4	7
1	2	1	5

Jadi,  $3,762 - 2,547 = 1,215$ .

Cara cepat yang sering diberikan guru kepada siswa adalah sebagai berikut:

$$\begin{array}{r} 3,762 \\ 2,547 \\ \hline 1,215 \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ \\ - \end{array}$$

**b. Operasi Perkalian dan Pembagian Bilangan Pecahan Desimal** Pembahasan sebelumnya sudah disajikan tentang bagaimana cara melakukan operasi perkalian dan pembagian bilangan pecahan biasa menggunakan alatperaga atau gambar. Selanjutnya kita akan lebih fokus pada bagaimana menyelesaikan operasi perkalian dan pembagian bilangan pecahan desimal secara algoritmik.

Sedikitnya terdapat dua cara yang akan diberikan pada penyelesaian operasi perkalian dan pembagian bilangan pecahan desimal. Pertama, dilakukan cara panjang dan kedua dengan cara merubah lebih dahulu bilangan-bilangan pecahan desimal itu ke dalam pecahan biasa. Dengan cara kedua, yaitu merubah terlebih dahulu bilangan pecahan desimal ke dalam bentuk pecahan biasa. Perhatikan contoh soal berikut ini

Selesaikan operasi perkalian berikut ini

- a.  $12,5 \times 0,8 = \dots$
- b.  $0,75 \times 0,8 = \dots$
- c.  $2,4 : 0,05 = \dots$
- d.  $15,25 : 0,008 = \dots$

Penyelesaian

- a.  $12,5 \times 0,8 = \frac{125}{10} \times \frac{8}{10} = \frac{1000}{10} = 100$
- b.  $0,75 \times 0,8 = \frac{75}{100} \times \frac{8}{10} = \frac{600}{1000} = \frac{6}{10} = 0,6.$
- c.  $2,4 \times 0,05 = \frac{24}{10} : \frac{5}{100} = \frac{24}{10} \times \frac{100}{5} = \frac{2400}{50} = 48.$
- d.  $15,25 : 0,008 = \frac{12}{10} : \frac{8}{100} = \frac{12}{10} \times \frac{100}{8} = \frac{1200}{80} = 15.$

### C. Rangkuman

1. Notasi desimal merupakan notasi yang bersifat posisional, yaitu menggunakan dasar nilai tempat, dan menggunakan basis sepuluh.
2. Notasi desimal dapat diperluas sehingga dapat digunakan untuk menyatakan bilangan-bilangan yang nilainya kurang dari satu.
3. Wujud bilangan rasional dalam pecahan desimal dapat berupa desimal berakhir, atau desimal berulang.
4. Operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian bilangan pecahan desimal mempunyai pola yang sama dengan operasi-operasi yang sama pada bilangan bulat, tetapi perlu memperhatikan peletakan atau penempatan tanda koma yang banar untuk membedakan yang bulat dan yang tidak bulat.
5. Pembelajaran bilangan pecahan desimal dapat menggunakan bahan manipuatif atau peraga yang dipakai pada pembelajaran bilangan rasional.



#### D. Latihan Soal

**Petunjuk: Pilih satu jawaban yang paling tepat.**

1. Bentuk rasional pecahan dari 0,4666 ... adalah ....

A.  $\frac{8}{17}$                       C.  $\frac{5}{11}$   
B.  $\frac{7}{15}$                       D.  $\frac{7}{13}$

2. Dari pernyataan berikut ini, notasi yang benar dari penulisan bentuk desimal 3457 adalah....

A.  $3,5 \times 10^{-3}$                       C.  $3,5 \times 10^3$   
B.  $3,475 \times 10^{-3}$                       D.  $3,475 \times 10^3$

3. Ibu mempunyai 2 kilogram terigu. Satu per tiganya untuk membuat kue bolu. Berapa kilogram tepung terigu yang digunakan? Bentuk penyelesaian yang sesuai untuk permasalahan di atas adalah....

A.  $2 \times \frac{1}{3}$                       C.  $2 : \frac{1}{3}$   
B.  $\frac{2}{3} \times 3$                       D.  $\frac{1}{3} \times 2$

4. Bentuk rasional dari pecahan 8,00905905... adalah....

A.  $\frac{889}{111}$                       C.  $\frac{898}{111}$   
B.  $\frac{89}{11}$                       D.  $\frac{92}{11}$

5. Bentuk pembulatan 37924,4725 sampai perseratusan terdekat adalah ...

A. 379,4                      C. 37924,47  
B. 379,47                      D. 37924,48

#### E. Kunci Jawaban:BBCAC

## DAFTAR PUSTAKA

- Begle, E.G. 1975. *The Mathematics of The Elementary School*. New York: Mc Graw-Hill.
- Daugustine, C.H. 1973. *Multiple Methods of Teaching Mathematics in The Elementary School*. New York : Harper & Row.
- Knaupp, J. Smith, L. T., Scoecraft, P., & Warkentin, G.D. 1977. *Attern and Systems of Elementary Mathematics*. Boston : Houghton Mifflin.
- NCTM, 1996. *Profesional Standarts for Teaching Mathematics*. Reston : NCTM
- Puecell, Edwin, J. & Dale Varberg. 1984. *Kalkulus dan Geometri Analitis*. Jilid II. Jakarta : Penerbit Erlangga.
- Sellers, G. 1984. *Beginning Algebra*. Brooks/Cole Publishing Company: USA.
- Smith, K.J. 1973. *The Nature of Modern Mathematics*. Monterey : Brooks/Cole, Van de Walle, J.A. 1990. *Elementary School Mathematics Teaching Developmentally*. New York : Longman..
- Van de Walle, J.A. 1990. *Elementary School Mathematics Teaching Develomentally*. New York :Logman.

# MODUL

PEMBELAJARAN MATEMATIKA 1

